

• 土木工程 •

DOI:10.12454/j.jsuese.202201136



本刊网刊

碎石桩-排水板组合型复合地基固结解析解

李传勋, 刘 聪, 陆向综

(江苏大学 土木工程与力学学院, 江苏 镇江 212013)

摘要: 碎石桩-排水板组合型复合地基以成本低、固结速率快及加固效果好等优势被广泛应用于工程实际。虽然目前竖井地基或碎石桩复合地基固结理论已较为完善,但同时包含以上两种排水体的复合地基固结理论还鲜见报道。此外,以往固结模型中土体内孔隙水在径向仅发生单向渗流,这与实际情况存在差别。基于此,以碎石桩-排水板组合型复合地基为研究对象,考虑外荷载作用下土中孔隙水分别向碎石桩和排水板发生径向渗流,在复合地基顶面排水、底面不透水条件下建立碎石桩-排水板复合地基固结模型。利用桩体、桩周土体和竖井间流量相等的连续条件,获得该模型的解析解答。在一定条件下,该解答可退化为碎石桩复合地基固结解或竖井地基固结解,表明该解答的普适性及正确性。将该解答应用于工程实例及室内模型试验的沉降计算,计算结果与实测值吻合较好。开展大量计算研究此类复合地基不同工况下的固结性状,结果表明:在碎石桩桩间打设排水板,能有效提高复合地基固结速率,复合地基固结速率随排水板数量增加而加快;排水板渗透系数对复合地基固结速率及沉降速率的影响较大;与传统复合地基技术相比,碎石桩桩间增设排水板的工法具有更好的经济价值。

关键词: 碎石桩; 排水板; 组合型复合地基; 固结; 解析解; 双向渗流

中图分类号: TU447

文献标志码: A

文章编号: 2096-3246(2024)04-0130-11

软土作为一种典型的特殊土在中国分布广泛。目前的软土地基处理方法中,因为竖井排水固结法具有造价低廉、适用范围广、能显著提高地基固结速率等优势而被广泛采用。

Barron^[1]较早地给出了砂井地基径向固结解析解,并由此推动了砂井地基固结理论不断发展。谢康和曾国熙^[2]针对Barron理论存在的不足,推导出更为严谨的砂井地基径向固结解析解,考虑了井阻和涂抹作用的影响。基于此,竖井地基固结模型扩展至能够考虑井阻和涂抹效应的双层土工况^[3];对于竖井未打穿深厚软土层的工况,其固结计算方法也逐渐发展^[4];此外,考虑土体非线性压缩和渗透特性的竖井地基固结理论亦逐渐发展成熟^[5]。尽管如此,对地基承载力提高幅度要求较高的工程而言,竖井排水固结法往往不再适用,此时碎石桩复合地基处理方法被纳入地基处理方案中。

碎石桩具有良好的透水性,能起到加速软土固结的作用。同时,碎石桩又属于散体材料桩,能够和

周围土体共同作用形成复合地基从而有效提高地基承载力。因此,对碎石桩复合地基固结开展研究具有重要的理论和工程意义。Yoshikuni^[6]最早提出碎石桩复合地基固结的应力集中效应,并将竖井地基固结理论延展至碎石桩复合地基固结理论。基于此,考虑实际工程中荷载的不同施加方式^[7-10],针对桩体受力发生侧向鼓胀变形的特点^[11]、固结中淤堵效应影响碎石桩排水能力的现象,以及桩阻随时间变化^[12]等各种因素,产生了大量碎石桩复合地基固结理论。郭彪等^[13]考虑土体与桩体的径、竖向组合渗流,给出了荷载分级施加下较全面的散体材料桩复合地基固结解析解。

需要说明的是,碎石桩虽然具有一定的排水作用,但因其桩间距明显大于竖井间距,排水路径的缩减幅度仍然有限,不利于软土固结速率的快速提高。鉴于此,碎石桩-排水板组合型复合地基在工程中应用广泛^[14]。该组合型复合地基既能在一定限度内提高地基承载力,同时通过加密布设排水板,进一步缩

收稿日期:2022-10-20 修回日期:2023-05-30 网络出版日期:2024-07-04

基金项目:国家自然科学基金项目(42377183)

作者简介:李传勋(1978—),男,教授,博士。研究方向:岩土工程。E-mail: lichuanxun@yeah.net

短了桩周土体的排水距离,可极大地提高软土的固结速率。

组合型复合地基固结对地基承载力和变形均存在重要影响,故对其固结理论开展研究具有重要的实际意义。与竖井地基固结理论和碎石桩复合地基固结理论相比,组合型复合地基固结模型更为复杂。Lu等^[15]对不透水桩联合排水板复合地基固结性状进行研究,建立了桩体-竖井组合形式下的复合地基固结模型并给出其解析解。于春亮等^[16]考虑了透水桩体积压缩对复合地基固结的影响,给出了荷载瞬时施加时透水桩与不透水桩复合地基固结解析解答。杨涛等^[17]研究了长-短桩复合地基固结特性,分别给出上、下两部分加固区土层的超静孔压解答,并应用有限元验证了解析解的合理性。卢萌盟等^[18-19]分别研究了高置换率散体材料桩-不透水桩复合地基、塑料排水板-水泥土桩复合地基,并给出了多种荷载模式下的详细解答。胡亚元^[20]研究了不排水桩复合地基的固结问题,并给出了相应的解析解答。

在以上关于组合型复合地基固结理论研究中仅存在一种排水体,针对工程中碎石桩-排水板这类同时存在两种排水体的组合型复合地基固结理论尚未见报道,致使该类组合型复合地基的固结计算只能被动地采用单一排水体复合地基固结理论,极大地限制了碎石桩-排水板组合型复合地基在工程中的应用。

以碎石桩-排水板组合型复合地基为研究对象,考虑土中孔隙水向碎石桩和排水板发生径向渗流,建立了以碎石桩为单元中心、排水板为外边界的固结模型。利用分离变量法并结合边界条件,给出外荷载瞬时施加的组合型复合地基固结解析解。该固结模型能够为含有两种竖向排水体的组合型复合地基固结问题开辟新思路。

1 计算单元选取

碎石桩通常按正方形或三角形布置,如图1所示。如果碎石桩桩间距为 l ,三角形布桩时的碎石桩加固区等效直径 $d_e = 1.05l$,正方形布桩时加固区等效直径 $d_e = 1.13l$ ^[21]。以碎石桩为分析单元的中心,排水板打设于桩体四周,桩体、桩周土体及桩周排水板共同组成分析单元。按照面积等效原则将单元内的排水板近似等效为图2所示的排水圆环,此时圆环可认为是由 n 个排水板组成的具有一定排水能力的透水边界,其渗透系数由排水板的布置数量和渗透系数综合确定。图2中: r_p 为碎石桩桩体半径; r_e 为碎石桩加固影响区等效半径; r_d 为碎石桩单元中心至排水圆环内边界的距离, $r_d = \sqrt{r_e^2 - nr_w^2}$, r_w 为竖井等效半径。

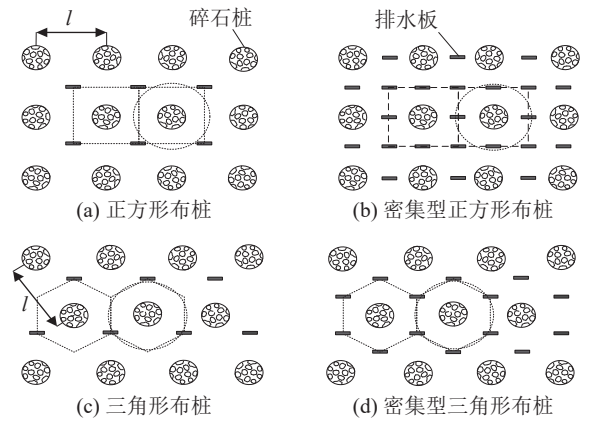


图1 碎石桩-排水板组合型复合地基平面布置图

Fig. 1 Plane layout of composite foundation reinforced by stone columns combined with vertical drains
 n 个排水板组成的圆环

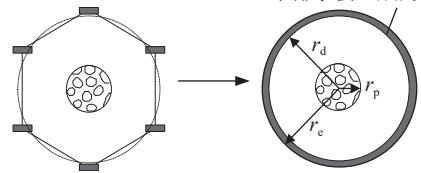


图2 碎石桩-排水板组合型复合地基分析单元示意图

Fig. 2 Analysis unit diagram of composite foundation reinforced by stone columns and vertical drains

图1(a)中,碎石桩的影响区域为正方形,外侧分布的每个排水板均与4个碎石桩的影响区域重合,每个排水板对其中任何一个影响区的有效面积为自身截面积的1/4,而碎石桩的影响区域又与4个排水板相交,因此,当正方形布桩且稀疏布设排水板时, $n = 1$ 。同理,图1(c)中,碎石桩的影响区域为三角形,外侧分布的每个排水板对其中任何一个影响区的有效面积为自身截面积的1/3,而碎石桩的影响区域又与3个排水板相交,因此,当三角形布桩且稀疏布设排水板时, $n = 1$ 。图1(b)较图1(a)在影响区域外边界增加了4个排水板,因此,当正方形布桩且密集型布设排水板时, $n = 3$ 。图1(d)较图1(c)在影响区域外边界增加了3个排水板数量,因此,当三角形布桩且密集型布设排水板时, $n = 2$ 。

需要说明的是,在碎石桩外侧排水板按面积等效原则转化为排水圆环后,其渗透系数仍为排水板的渗透系数,即圆环的竖向渗透系数与排水板的竖向渗透系数相同。同时,排水圆环除渗透系数不同外,其余如压缩性等均与周围土体相同。

2 控制方程推导

碎石桩-排水板组合型复合地基单元剖面图如图3所示。图3中:碎石桩和竖井穿透整个土层,其厚度为 H ;作用于复合地基表面的瞬时荷载为 σ , $\bar{\sigma}_p$ 、 $\bar{\sigma}_s$ 和 $\bar{\sigma}_w$ 分别为组合型复合地基中碎石桩、土体和排

水板中的总应力平均值;外荷载在桩体、桩周土体和排水板内引起的超静孔压平均值分别为 \bar{u}_p 、 \bar{u}_s 和 \bar{u}_w 。与以往组合型复合地基固结模型不同,碎石桩-排水板组合型复合地基具有两种不同类型的排水体。在外部荷载下,土中孔隙水分别向碎石桩与排水板发生径向渗流。其中:定义流向碎石桩的方向为正方向,流向排水板的方向为负;对土中水的竖向渗流规定以向上为正,即以坐标轴 z 的负方向为正。

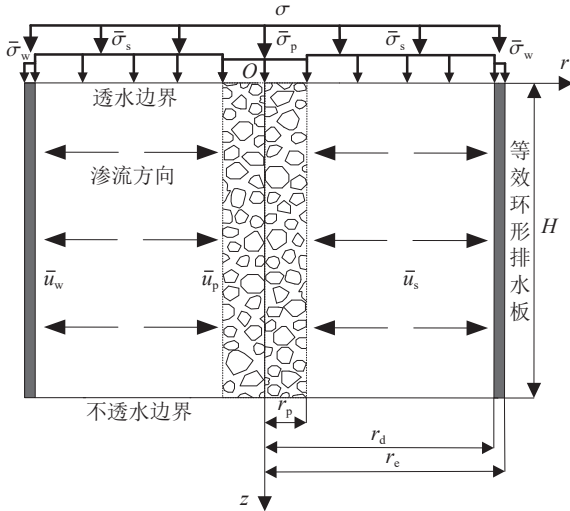


图 3 碎石桩-排水板组合型复合地基单元剖面图

Fig. 3 Profile unit of composite foundation reinforced by stone columns and vertical drains

为建立反映该组合型复合地基特性的固结模型,作如下基本假定。1)等应变条件成立。Yoshikuni^[6]证明了对于散体材料桩复合地基等应变假定的适用性。在此基础上,众多学者^[3,7,13,18]也采用该假定开展复合地基固结理论研究,均取得了一定的进展,故该假定能反映组合型复合地基的实际变化特征。2)瞬时加载下的固结理论解答是所有变荷载下固结理论解答的基础,作为此类组合型复合地基固结理论初探,假定外部荷载为瞬时施加;同时,当软土层厚度与荷载分布面积相比较小时,在地基中引起的附加应力沿深度可认为保持不变。3)仅考虑土中径向渗流,忽略桩体和排水板内的径向渗流,且渗流遵从达西渗流定律。4)排水板和桩体内的竖向渗流服从达西定律。5)桩周土体沿径向流入桩体的流量等于桩体竖向的流出量;同时,桩周土体沿径向流入排水板的水量等于排水板沿竖向的流出水量。

作用于复合地基表面的瞬时荷载 σ ,由桩体、桩周土体、排水板共同承担,根据平衡条件可得到:

$$\pi r_p^2 \bar{\sigma}_p + \pi (r_d^2 - r_p^2) \bar{\sigma}_s + \pi (r_c^2 - r_d^2) \bar{\sigma}_w = \pi r_c^2 \sigma \quad (1)$$

同时,瞬时施加的外荷载在桩体、桩周土体和排水板内引起的超静孔压总平均值为 \bar{u} ,根据面积加权

得到深度 z 处该值为:

$$\bar{u} = m_1 \bar{u}_p + (m_2 - m_1) \bar{u}_s + (1 - m_2) \bar{u}_w \quad (2)$$

式中: m_1 为桩体面积置换率, $m_1 = r_p^2/r_c^2$; $m_2 = r_d^2/r_c^2$ 。

桩周土中超静孔压平均值利用径向坐标 r 处土体超静孔压 u_s 积分获得:

$$\bar{u}_s = \frac{1}{\pi (r_d^2 - r_p^2)} \int_{r_p}^{r_d} 2\pi r u_s dr \quad (3)$$

排水板除渗透系数与桩周土体不同外,其余各项参数均与桩周土体一致,故碎石桩-排水板组合型复合地基的复合模量 E_{sp} 为:

$$E_{sp} = m_1 E_p + (1 - m_1) E_s \quad (4)$$

式中, E_s 为桩周土体压缩模量, E_p 为碎石桩桩体压缩模量。

碎石桩为散体材料桩,桩土变形协调假定1)符合桩土变形特性。由基本假定1)等应变条件得到:

$$\varepsilon_v = \frac{\bar{\sigma}_s - \bar{u}_s}{E_s} = \frac{\bar{\sigma}_p - \bar{u}_p}{E_p} = \frac{\sigma - \bar{u}}{E_{sp}} \quad (5)$$

式中, ε_v 为组合型复合地基在任意深度处的体积应变。

由基本假定5)可知,桩周土体与桩体、桩周土体与排水板的流量连续条件分别为:

$$\left[2\pi r \frac{k_h}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial u_s}{\partial r} \right]_{r=r_p} = -\pi r_p^2 \frac{k_p}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial z^2} \quad (6)$$

$$\left[2\pi r \frac{k_h}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial u_s}{\partial r} \right]_{r=r_d} = \pi r_d^2 \frac{k_w}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_w}{\partial z^2} \quad (7)$$

式(6)~(7)中, z 为竖向坐标, γ_w 为水的重度, k_h 为桩周土体水平向渗透系数, k_p 、 k_w 分别为碎石桩、排水板竖向渗透系数。

桩体、排水板与桩周土体界面处超静孔隙水压力连续条件为:

$$u_s|_{r=r_p} = \bar{u}_p \quad (8)$$

$$u_s|_{r=r_w} = \bar{u}_w \quad (9)$$

组合型复合地基顶部透水,底部不透水,总平均超静孔压 \bar{u} 和桩体内超静孔压平均值 \bar{u}_p 的竖向边界条件为:

$$\bar{u}(0,t) = 0, \quad \bar{u}_p(0,t) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{u}(H,t)}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \bar{u}_p(H,t)}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

再由基本假定2)可得,外荷载瞬时施加时,总平均超静孔压 \bar{u} 的初始条件为:

$$\bar{u}(z,0) = \sigma \quad (12)$$

由于不考虑侧向变形,由式(5)及有效应力原理可得到:

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -\frac{1}{E_{sp}} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (13)$$

双向渗流并不改变轴对称下的固结控制微分方程,参照谢康和和曾国熙^[2]的研究,轴对称计算单元仅考虑土体径向渗流的普遍固结方程为:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{k_h}{\gamma_w} \cdot r \cdot \frac{\partial u_s}{\partial r} \right] = -\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (14)$$

式(14)两侧对 r 进行一次积分可得:

$$\frac{k_h}{\gamma_w} \cdot r \cdot \frac{\partial u_s}{\partial r} = -\frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + c_1 \quad (15)$$

式(15)两侧对 r 再进行一次积分可得:

$$u_s = -\frac{1}{4} r^2 \cdot \frac{\gamma_w}{k_h} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \ln r c_1 \cdot \frac{\gamma_w}{k_h} + c_2 \quad (16)$$

将边界条件式(8)、(9)分别代入式(16)中得:

$$\bar{u}_p = -\frac{1}{4} r_p^2 \cdot \frac{\gamma_w}{k_h} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \ln r_p \cdot \frac{\gamma_w}{k_h} \cdot c_1 + c_2 \quad (17)$$

$$\bar{u}_w = -\frac{1}{4} r_d^2 \cdot \frac{\gamma_w}{k_h} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \ln r_d \cdot \frac{\gamma_w}{k_h} \cdot c_1 + c_2 \quad (18)$$

联立式(17)、(18)可得到 c_1 、 c_2 表达式分别为:

$$c_1 = 2 \frac{k_h}{\gamma_w} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} (\bar{u}_p - \bar{u}_w) - \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \frac{r_d^2}{2} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (19)$$

$$c_2 = \bar{u}_w + 2 \ln r_d \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} (\bar{u}_w - \bar{u}_p) + \left[\ln r_d \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} + \frac{1}{2} \right] \frac{r_d^2 \gamma_w}{2 k_h} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (20)$$

将式(16)代入式(3),给出桩周土体在任意深度处的平均超静孔压表达式为:

$$\bar{u}_s = \left(\frac{m_2 \ln r_d - m_1 \ln r_p}{m_2 - m_1} - \frac{1}{2} \right) \frac{\gamma_w}{k_h} \cdot c_1 + c_2 - \frac{m_2 + m_1}{4 m_2} \cdot \frac{r_d^2 \gamma_w}{2 k_h} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (21)$$

联立式(2)、(21)消去 \bar{u}_s 得到:

$$\begin{aligned} \bar{u} = & -\bar{u}_p \left[(m_2 - m_1) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] + \\ & \bar{u}_w \left[1 + (m_2 - m_1) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] + \\ & \left[\frac{(m_2 - m_1)^2}{2 m_2} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} + \frac{m_2^2 - m_1^2}{4 m_2} \right] \frac{r_d^2 \gamma_w}{2 k_h} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \end{aligned} \quad (22)$$

联立式(6)与(15)得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial z^2} = & \left[1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] \frac{\gamma_w}{k_p} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \\ & (\bar{u}_p - \bar{u}_w) \frac{k_h}{k_p} \cdot \frac{4}{r_p^2} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (23)$$

同理,联立式(15)与流量连续条件式(7)得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = & (\bar{u}_p - \bar{u}_w) \frac{4}{r_e^2 - r_d^2} \cdot \frac{k_h}{k_w} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} - \\ & \left[\frac{m_2 - m_1}{1 - m_2} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} + \frac{m_2}{1 - m_2} \right] \frac{\gamma_w}{k_w} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \end{aligned} \quad (24)$$

将式(22)对 z 求2次偏导并与式(13)、(23)、(24)联立得到:

$$\bar{u}_p - \bar{u}_w = \frac{B}{A} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \frac{C}{A} \cdot \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^2 \partial t} \quad (25)$$

式中, A 、 B 、 C 为计算常数,其分别表达为:

$$\begin{aligned} A = & \frac{4}{r_e^2 - r_d^2} \frac{k_h}{k_w} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \left[1 + (m_2 - m_1) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] - \\ & \frac{4 k_h}{k_p r_p^2} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-2} (m_1 - m_2) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} B = & \left[1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] (m_1 - m_2) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \frac{k_h}{c_h k_p} - \\ & \left[\frac{m_2}{1 - m_2} + \frac{m_2 - m_1}{1 - m_2} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] \frac{k_h}{c_h k_w} \times \\ & \left[1 + (m_2 - m_1) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] \end{aligned} \quad (27)$$

$$C = \left[\frac{(m_2 - m_1)^2}{2 m_2} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} + \frac{m_2^2 - m_1^2}{4 m_2} \right] \frac{r_d^2}{2 c_h} \quad (28)$$

式(26)~(28)中, c_h 为径向固结系数, $c_h = E_{sp} k_h / \gamma_w$ 。

将式(25)代入式(22)得到 \bar{u}_p 与 \bar{u} 的关系式为:

$$\begin{aligned} \bar{u}_p = & \bar{u} + \left(\frac{B}{A} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \frac{C}{A} \cdot \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^2 \partial t} \right) \times \\ & \left[1 + (m_2 - m_1) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] + C \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \end{aligned} \quad (29)$$

式(29)对 z 求2次偏导得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{u}_p}{\partial z^2} = & \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \left(\frac{B}{A} \cdot \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^2 \partial t} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial z^4} + \frac{C}{A} \cdot \frac{\partial^5 \bar{u}}{\partial z^4 \partial t} \right) \times \\ & \left[1 + (m_2 - m_1) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] + C \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^2 \partial t} \end{aligned} \quad (30)$$

将式(25)代入式(23)并结合式(30)可得组合型复合地基的固结方程为:

$$\lambda_1 \frac{\partial^5 \bar{u}}{\partial z^4 \partial t} + \lambda_2 \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial z^4} + \lambda_3 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^2 \partial t} + \lambda_4 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \lambda_5 \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0 \quad (31)$$

$$\bar{u}_p = \bar{u} + \left(\frac{B\lambda_1}{C} + C \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\lambda_1}{C} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \lambda_1 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^2 \partial t} \quad (32)$$

$$\bar{u}_w = \bar{u} + \left(\frac{B\lambda_1}{C} + C - \frac{B}{A} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \left(\frac{\lambda_1}{C} - \frac{1}{A} \right) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \left(\lambda_1 - \frac{C}{A} \right) \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^2 \partial t} \quad (33)$$

式(31)~(33)中, λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、 λ_4 及 λ_5 分别为计算常数,其表达式为:

$$\lambda_1 = \frac{C}{A} \left[(m_2 - m_1) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} + 1 \right],$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{A} \left[(m_2 - m_1) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} + 1 \right],$$

$$\lambda_3 = \frac{B}{A} \left[(m_2 - m_1) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} + 1 \right] + C + \frac{C}{A} \cdot \frac{4}{r_p^2} \cdot \frac{k_h}{k_p} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1},$$

$$\lambda_4 = 1 + \frac{1}{A} \cdot \frac{4}{r_p^2} \cdot \frac{k_h}{k_p} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1},$$

$$\lambda_5 = \frac{B}{A} \cdot \frac{4}{r_p^2} \cdot \frac{k_h}{k_p} \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} + \left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right) \left(\ln \frac{m_1}{m_2} \right)^{-1} \right] \frac{k_h}{c_h k_p}.$$

3 方程求解

3.1 固结模型的解析解

采用分离变量法求解方程(31)。总平均超静孔压是关于深度 z 和时间 t 的函数,设其表达式为:

$$\bar{u} = F(z)G(t) \quad (34)$$

将式(34)代入式(31)整理得:

$$-\frac{[\lambda_2 F^{(4)}(z) + \lambda_4 F''(z)]}{[\lambda_5 F(z) + \lambda_1 F^{(4)}(z) + \lambda_3 F''(z)]} = \frac{G'(t)}{G(t)} = -\beta \quad (35)$$

式中, β 为大于0的系数。

由式(35)可分别得到关于 z 和 t 的常微分方程为:

$$G'(t) + \beta G(t) = 0 \quad (36)$$

$$(\lambda_1 \beta - \lambda_2) F^{(4)}(z) + (\lambda_3 \beta - \lambda_4) F''(z) + \lambda_5 \beta F(z) = 0 \quad (37)$$

式(36)、(37)的解答分别为:

$$G(t) = A_1 e^{-\beta t} \quad (38)$$

$$F(z) = a_1 \sin(\lambda z) + b_1 \cos(\lambda z) + c_1 \sinh(\xi z) + d_1 \cosh(\xi z) \quad (39)$$

式中, A_1 、 a_1 、 b_1 、 c_1 、 d_1 为待定系数, ξ 、 λ 分别由下式确定:

$$\xi = \sqrt{\frac{-(\beta \lambda_3 - \lambda_4) + \sqrt{(\beta \lambda_3 - \lambda_4)^2 - 4(\beta \lambda_1 - \lambda_2)\beta \lambda_5}}{2(\beta \lambda_1 - \lambda_2)}} \quad (40)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{(\beta \lambda_3 - \lambda_4) + \sqrt{(\beta \lambda_3 - \lambda_4)^2 - 4(\beta \lambda_1 - \lambda_2)\beta \lambda_5}}{2(\beta \lambda_1 - \lambda_2)}} \quad (41)$$

将式(38)、(39)代入式(34)中得到超静孔压总平均值的解答为:

$$\bar{u} = A_1 (a_1 \sin(\lambda z) + b_1 \cos(\lambda z) + c_1 \sinh(\xi z) + d_1 \cosh(\xi z)) e^{-\beta t} \quad (42)$$

将式(42)代入式(32)得到桩体内平均超静孔压 \bar{u}_p 的解答为:

$$\begin{aligned} \bar{u}_p = A_1 \left\{ \left[1 - \frac{\lambda_1}{C} \lambda^2 - \left(\frac{B\lambda_1}{C} + C \right) \beta + \lambda_1 \beta \lambda^2 \right] \times \right. \\ \left. [a_1 \sin(\lambda z) + b_1 \cos(\lambda z)] + \right. \\ \left. \left[1 - \frac{\lambda_1}{C} \xi^2 - \left(\frac{B\lambda_1}{C} + C \right) \beta + \lambda_1 \beta \xi^2 \right] \times \right. \\ \left. [c_1 \sinh(\xi z) + d_1 \cosh(\xi z)] \right\} e^{-\beta t} \quad (43) \end{aligned}$$

将竖向边界条件式(10)、(11)代入式(42)、(43)得:

$$b_1 = c_1 = d_1 = 0 \quad (44)$$

$$a_1 \lambda \cos(\lambda H) = 0 \quad (45)$$

因为 $a_1 \neq 0$ (否则解为零解)、 $\lambda \neq 0$,所以对应的 λ 值有 m 个,其具体可表达为:

$$\lambda_m = \frac{M}{H}, \quad M = \frac{(2m+1)\pi}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (46)$$

将式(46)代入式(41)可求得 β 值,与 λ_m 相对应的 β_m 的通式为:

$$\beta_m = \frac{-\lambda_4 \lambda_m^2 + \lambda_2 \lambda_m^4}{(\lambda_1 \lambda_m^4 - \lambda_3 \lambda_m^2 + \lambda_5)} \quad (47)$$

进一步地,将式(44)、(46)、(47)代入式(42),如果将与 λ_m 相对应的待定参数 A 及 a 分别记为 A_m 及 a_m ,得到超静孔压总平均值 \bar{u} 通式为:

$$\bar{u} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m a_m \sin\left(\frac{M}{H} z\right) e^{-\beta_m t} \quad (48)$$

再将初始条件式(12)代入式(48)得到 \bar{u} 的级数表达式为:

$$\bar{u} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\sigma}{M} \sin\left(\frac{M}{H}z\right) e^{-\beta_m t} \quad (49)$$

将式(49)代入式(29)得到桩体内平均超静孔压 \bar{u}_p 的级数表达式为:

$$\bar{u}_p = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \left[1 - \frac{\lambda_1}{C} \left(\frac{M}{H}\right)^2 - \frac{B\lambda_1}{C} \beta_m + \lambda_1 \left(\frac{M}{H}\right)^2 \beta_m - C\beta_m \right] \times \frac{2\sigma e^{-\beta_m t}}{M} \sin\left(\frac{M}{H}z\right) \right\} \quad (50)$$

将式(49)代入式(33)中得到排水板内平均超静孔压 \bar{u}_w 的级数表达式为:

$$\bar{u}_w = \bar{u}_p + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{1}{A} \left(\frac{M}{H}\right)^2 + \frac{B}{A} \beta_m - \frac{C}{A} \left(\frac{M}{H}\right)^2 \beta_m \right] \times \frac{2\sigma}{M} \sin\left(\frac{M}{H}z\right) e^{-\beta_m t} \right\} \quad (51)$$

组合型复合地基平均固结度按应力可定义为地基土体任意时刻的有效应力与地基土体内部最终总应力之比;按应变可定义为任意时刻地基的固结沉降与最终固结沉降之比。如果不考虑复合地基在固结过程中的非线性特性,二者表达式相同,表达式为:

$$U(t) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_m t} \quad (52)$$

3.2 解析解的讨论

本文获得的碎石桩-排水板组合型复合地基固结解析解具有普适性,可以退化为单一碎石桩复合地基固结解析解,同时亦可退化为经典的竖井地基径向固结解析解。

3.2.1 退化为单一碎石桩复合地基固结解析解

当 $k_w = 0$ 时,组合型复合地基外边界相当于不再存在排水板,此时透水边界退化为不透水边界,本文解析解中的 β_m 退化为:

$$\beta_m = \frac{c_{h1} \frac{2}{r_e^2 F_1}}{\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 - 1 + Y} \left(\frac{8}{F_1} \cdot \frac{G_1}{M^2} + 1 \right)} \quad (53)$$

式中: c_{h1} 为径向固结系数, $c_{h1} = \frac{E_s k_h}{\gamma_w}$; n_1 为桩径比, $n_1 = r_e / r_p$; G_1 为桩体井阻因子, $G_1 = \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{H}{d_p}\right)^2$, d_p 为桩体直径, $d_p = 2r_p$; $F_1 = \frac{n_1^2}{n_1^2 - 1} \left(\ln n_1 + \frac{1}{n_1^2} - \frac{3}{4} - \frac{1}{4n_1^4} \right)$; Y 为桩土模量比, $Y = E_p / E_s$ 。

如果不考虑土体竖向渗流和涂抹作用的影响,式(53)与王瑞春等^[22]给出的瞬时荷载作用下散体材料桩复合地基的解析解答一致。

3.2.2 退化为经典竖井地基径向固结解析解

如果 E_p 趋近于 E_s , k_p 趋近于 k_w , r_p 趋近于 r_w , 本文解析解中的 β_m 退化为:

$$\beta_m = \frac{8c_{h1}}{4r_e^2 \left(8 \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2} \cdot \frac{G_1}{M^2} + \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2} F_1 \right)} \quad (54)$$

在 F_1 前加入修正系数 $\chi = \frac{n_1^2}{n_1^2 - 1}$ 可得:

$$\beta_m = \frac{8c_{h1}}{4r_e^2 \left(8 \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2} \cdot \frac{G_1}{M^2} + F_1 \right)} \quad (55)$$

式(55)与谢康和和曾国熙^[2]给出的瞬时荷载作用下不考虑涂抹作用时的竖井地基解析解答一致。

4 解析解的室内试验验证与工程应用

4.1 室内试验验证

为验证固结模型对碎石桩桩体效应及碎石桩排水描述的可靠性,与文献^[23]的碎石桩复合地基室内模型试验结果对比分析,结果如图4所示。试验所用土样为高岭土,初始渗透系数 $k_v = 2.31 \times 10^{-9}$ m/s; 碎石桩压缩模量 $E_p = 21.5$ MPa; 试样直径 $d_e = 2r_e = 254$ mm, 高 $H = 146$ mm, 碎石桩直径 84.67 mm。因加载时间较短,外荷载可近似为 100 kPa 的瞬时加载。为模拟该工况,取外侧排水板渗透系数为 2.31×10^{-9} m/s。由于试验时上下边界均透水,因此在计算时高度取 H 的一半。由图4可知,因忽略碎石桩桩阻变化及土体固结中的非线性特性等,在固结后期,本文计算结果略高于试验结果,但整体趋势与试验所得结果较为一致,有效验证了本文模型对碎石桩桩体应力集中效应及桩体透水性计算的可靠性,说明了本文的固结模型对碎石桩引发的固结计算是可靠的。

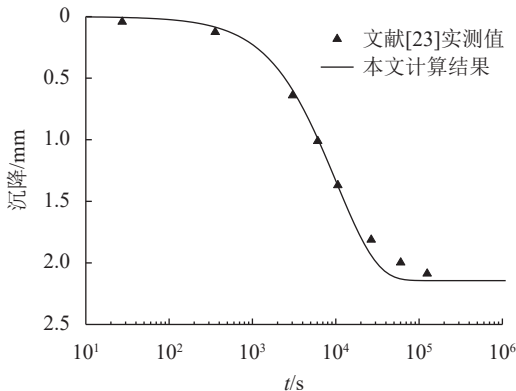


图4 本文计算结果与室内模型试验实测值对比
Fig. 4 Comparison between results by proposed solution and measurement by the laboratory model test

4.2 工程验证

进一步对比分析本文解析解计算结果与工程实

测沉降值,从而验证本文固结模型的可靠性。实测沉降的工程案例为淮盐高速路段,地基由粉喷桩及塑料排水板联合加固,并采用三角形布置方式。土层渗透系数与其他相关参数如表1^[24]所示。

表 1 工程参数取值^[24]

Tab. 1 Values of engineering parameters^[24]

| 参数 | H/m | r_w/m | r_c/m | $k_h/(m \cdot s^{-1})$ | σ/kPa | $k_w \cdot k_h^{-1}$ | E_s/kPa |
|----|-------|---------|---------|------------------------|--------------|----------------------|-----------|
| 取值 | 13 | 0.025 | 1.155 | 3.26×10^{-9} | 80 | 10^4 | 1680 |

桩体为不透水的粉喷桩,将本文碎石桩的渗透系数取无限小以达到不透水效果,并提高其压缩模量值。图5为文献[24]实测值与本文模型计算结果的对比。从图5中可看到:在固结过程的前中期,本文预测沉降值高于实测值,主要原因为荷载施加方式不同,本文假定外荷载瞬时施加,而实际工程为多级加载;当工程中荷载完全施加后,实测值逐渐趋近于预测沉降值,两者在固结中后期基本保持一致,说明基于本文解析解获得的沉降预测值具有一定的可靠性,进一步验证了本文模型同时考虑应力集中效应及桩周排水板固结计算的可靠性。该解答可为透水性桩体或不透水桩联合塑料排水板加固的复合地基固结问题提供理论依据。

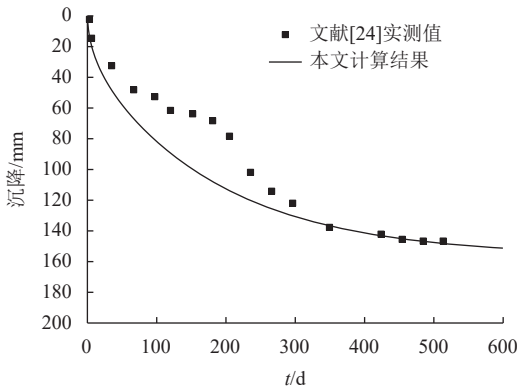


图 5 本文预测沉降与文献[24]实测值对比

Fig. 5 Comparison between the proposed analytical solution and the measured values in literature [24]

由以上验证可发现,在考虑桩体应力集中效应的基础上,本文固结模型对于土中水分别向桩体或排水板进行径向渗流时的计算结果均是可靠的。

5 固结性状分析

5.1 固结度分析

采用控制变量法对组合型复合地基固结性状进行分析,结果如图6~10所示。其中,图8~10横坐标为径向时间因子 T_h ,其定义为 $T_h = k_h E_{sp} t / (4r_c^2 \gamma_w)$ 。常见的排水板尺寸为 $100 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ 。将桩周排水板等效为具有排水能力的透水边界,排水板等效半径为 0.033 m ^[25]。固结模型参数取值如表2所示。

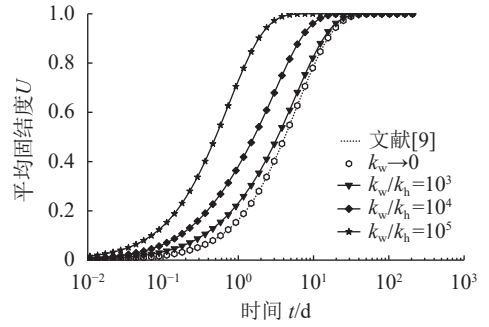


图 6 排水板渗透系数对平均固结度的影响

Fig. 6 Influences of permeability of vertical drains on the average degree of consolidation

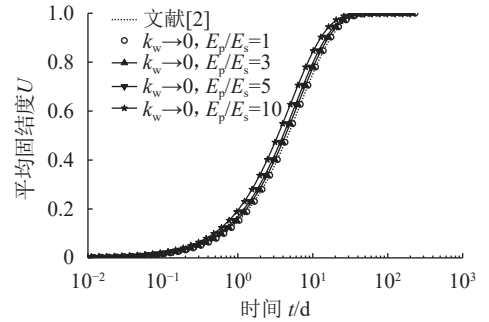


图 7 桩土模量比对平均固结度影响

Fig. 7 Influences of the ratios of stone column modulus to soil modulus on the average degree

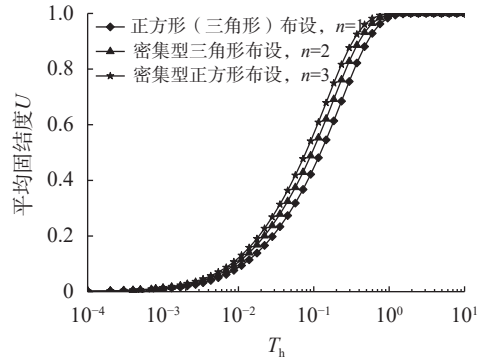


图 8 外侧排水板数量 n 对复合地基固结度的影响

Fig. 8 Influences of the number of vertical drain n on the average degree of consolidation

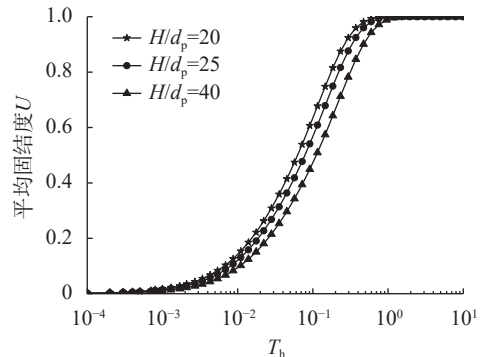


图 9 H/d_p 对组合型复合地基固结度的影响

Fig. 9 Influences of H/d_p on the average degree of composite foundation

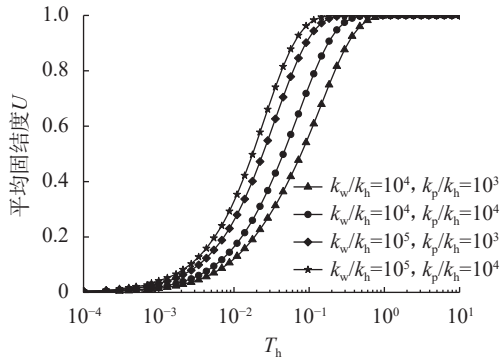


图 10 排水体渗透系数对组合型复合地基固结度的影响
Fig. 10 Influences of permeability of vertical drains on the average degree of consolidation of composite foundation

表 2 固结模型参数取值

Tab. 2 Values of consolidation model parameters

| 参数 | 值 | 参数 | 值 |
|------------------------|-----------|----------------------|--------|
| σ/kPa | 200 | $H \cdot r_e^{-1}$ | 10 |
| H/m | 10 | $r_e \cdot r_p^{-1}$ | 5 |
| $k_h/(m \cdot s^{-1})$ | 10^{-8} | $E_p \cdot E_s^{-1}$ | 4 |
| E_s/kPa | 2000 | $k_w \cdot k_h^{-1}$ | 10^4 |
| $z \cdot H^{-1}$ | 0.5 | $k_p \cdot k_h^{-1}$ | 10^3 |

从图6可以看出,当 $k_w \rightarrow 0$ 时,本文得到的计算结果与文献[22]给出的一元碎石桩复合地基固结解在不考虑涂抹作用时是一致的。这是因为当 $k_w \rightarrow 0$ 时,本文给出的固结模型外边界将退化为不透水边界,此时固结模型退化为碎石桩复合地基固结模型,两者的计算结果应完全一致。当 $k_w \neq 0$ 时,随着排水板渗透系数的增大,复合地基固结速率明显加快,进一步表明组合型复合地基较碎石桩复合地基更能提高地基固结速率,加快桩周土体的固结。

由图7可知:当 $k_w \rightarrow 0$ 时,固结模型外边界退化为不透水边界;如果令桩土模量比趋近于1,此时组合型复合地基固结模型退化为竖井地基固结模型,本文得到的解答与文献[2]给出的砂井地基解答在不考虑涂抹作用时的计算结果完全一致。以上对比分析进一步说明竖井地基固结理论和碎石桩复合地基固结理论均为本文固结理论工况下的特例。同时,随着桩土模量比的减小,地基固结速率逐渐减慢,说明增设排水板后并未改变碎石桩复合地基的桩体应力集中效应,桩周土体的固结速率随桩体刚度增强而加快。

由图8可知:当外侧排水板数量 n 逐渐增大时,地基的固结速率明显加快;密集型布设排水板地基固结速率明显快于普通布设。可以看出,排水板作为工程中常用的排水固结措施,价格低廉、排水效果明显。因

此,为了在较短时间内使桩周土体快速固结,可以适当增加外围排水板的数量以提高桩周土体的固结进程。

由图9可知,随着软土深度与桩体直径比值的减小,固结速率加快,这与竖井地基的规律一致[2]。当软土深度不变时,扩大桩体直径可以有效缩短土体中孔隙水在径向方向上的排水距离,提高固结速率。实际工程中,在满足复合地基承载力和总沉降要求的基础上,如果单纯为加快桩周土体固结速率,考虑经济性因素,不建议采用增大桩径措施加快桩周土体固结,完全可通过增设排水板形成组合型复合地基实现该目标。

由图10可知,增大任何一种排水体渗透系数均能提高地基固结过程,但各有差异。首先,增大排水板渗透系数比增大桩体渗透系数对地基固结速率的提高更明显;其次,对于竖井地基或碎石桩复合地基而言,排水体类型只有一种,而组合型复合地基同时存在两种排水体,如果同时提高两种排水体的渗透系数,组合型复合地基固结速率明显快于单一排水体下的固结速率;最后,对比增大排水板和桩体渗透系数与只增大排水板渗透系数对地基固结速率的影响,前者提高幅度不是太大,这也进一步说明在实际工程中要合理设计排水体参数,以达到最优设计目的。

5.2 孔压分析

图11为组合型复合地基总平均超静孔压在不同时间下随深度的消散曲线。由图11可知,不同时间下,总平均超静孔压均随深度的增加逐渐增大。地基的上半部分超静孔压消散得比较明显,主要是因为地基表面为透水边界,越靠近地表位置,排水距离越短,超静孔压消散越快。

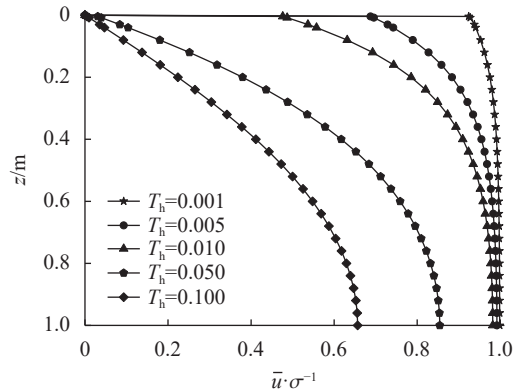


图 11 不同时间下总平均超静孔压随深度的消散曲线
Fig. 11 Dissipation of excess pore water pressure with depth at different time

图12、13分别为不同深度处桩体、排水板内平均超静孔压随时间的消散曲线。由图12、13可知:相同时刻,桩体和排水板内的平均超静孔压随着复合地基深度增加而逐渐增大,且深度越深,平均超静孔压

增加的幅度越小,同整个复合地基内平均超静孔压的变化规律一致;相同深度,排水板内平均超静孔压始终大于桩体内平均超静孔压,这是因为排水板渗透系数大于桩体渗透系数,桩间土体在外荷载作用下孔隙水更多地往排水板内渗流,导致排水板内平均超静孔压较大,桩体内平均超静孔压较小。这也进一步说明,碎石桩虽具有透水性,但排水能力有限,将碎石桩与排水板相结合,既能发挥碎石桩提高地基承载力的优点,也能弥补其排水能力不足的问题。

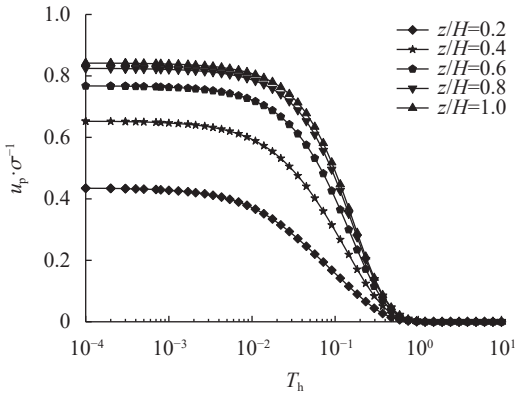


图 12 桩体内平均超静孔压随时间的消散曲线
Fig. 12 Dissipation of excess pore water pressure in stone column depending on time

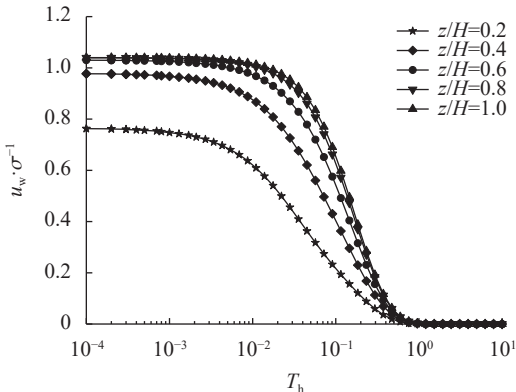


图 13 排水板内平均超静孔压随时间的消散曲线
Fig. 13 Dissipation of excess pore water pressure in vertical drain depending on time

5.3 沉降分析

图 14 为组合型复合地基与竖井地基沉降随时间发展曲线的对比。由图 14 可知:当桩土模量比趋近于 1 时,本文计算的土层沉降与竖井地基的最终沉降完全一致,但组合型复合地基的沉降速率明显快于竖井地基,主要原因在于组合型复合地基外侧分布一定数量的排水板,能够加快地基固结过程,有效缩短地基达到变形稳定的时间。但随桩土模量比的增大,碎石桩桩体作用逐渐明显,复合地基复合模量逐渐增大,地基的最终沉降值逐渐变小,达到稳定沉降所需时间越来越短。

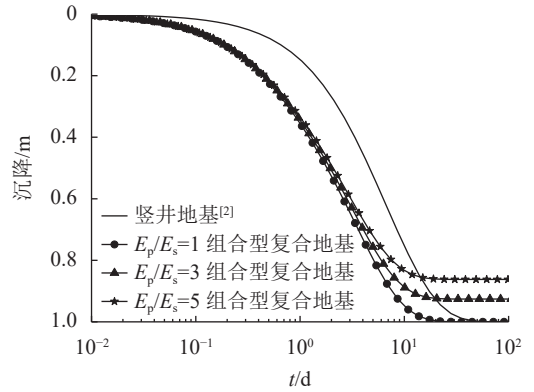


图 14 组合型复合地基与竖井地基沉降计算对比
Fig. 14 Comparisons of settlement between combined composite foundation and soils with vertical drains

图 15 为组合型复合地基与碎石桩复合地基沉降随时间发展过程的对比曲线。由图 15 可以看出:组合型复合地基具备一元碎石桩复合地基降低土层最终沉降变形的优点;随着组合型复合地基外侧排水板数量的增多,地基达到变形稳定的时间较一元碎石桩复合地基明显缩短。以上对比分析进一步表明,组合型复合地基能够充分发挥碎石桩和排水板二者的各自优势,碎石桩能显著降低地基的沉降,同时排水板能有效缩短排水距离,加速桩周土体的固结速率。因此,碎石桩-排水板组合型复合地基具有良好的应用前景和经济价值。

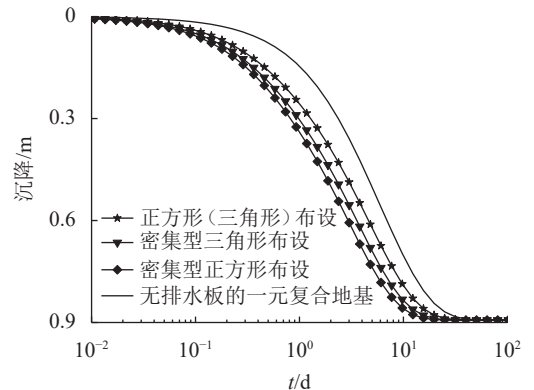


图 15 组合型复合地基与碎石桩复合地基沉降计算对比
Fig. 15 Comparisons of settlement between combined composite foundation and soils with stone columns

6 结 论

以碎石桩-排水板组合型复合地基为研究对象,通过考虑地基土体中孔隙水的径向渗流,建立了碎石桩-排水板组合型复合地基固结模型并给出了外荷载瞬时加载下的解析解答,同时对该组合型复合地基的固结性状进行分析,得到以下结论。

1) 应用本文解答对比工程实例与室内模型试验发现,计算结果与两者的实测值均吻合,验证了计算

模型中碎石桩与外侧排水板对固结影响的可靠性,进而验证本文解答的正确性。

2)建立了考虑孔隙水向碎石桩和排水板同时发生径向渗流的固结模型,与单向渗流固结理论相比更具有普适性。本文解答可分别退化为碎石桩复合地基固结理论解和竖井地基固结理论解,说明两者是本文理论解的特例。

3)碎石桩-排水板组合型复合地基既发挥了碎石桩提高地基承载力的桩体作用,减小了地基土体的沉降变形,同时极大地加速了桩周土体的固结,提高了地基处理的效率。

4)当碎石桩设计参数不变时,提高排水板渗透系数或加密打设排水板均能提高固结速率。在满足地基承载力和变形要求的基础上,为缩短工期,可通过优化排水板设计参数以加快桩周土体的固结。

与以往单一排水体固结理论不同,本文固结模型边界条件发生改变。虽然本文固结模型所考虑的因素还不够全面,但能为含有两种排水体的组合型复合地基固结理论做出有意义的探索。

参考文献:

- [1] Barron R A.Consolidation of fine-grained soils by drain wells[J].*Transactions of the American Society of Civil Engineers*,1948,113(1):718-742.
- [2] Xie Kanghe,Zeng Guoxi.Consolidation theories for drain wells under equal strain condition[J].*Chinese Journal of Geotechnical Engineering*,1989,11(2):3-17.[谢康和,曾国熙.等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J].*岩土工程学报*,1989,11(2):3-17.]
- [3] Tang Xiaowu,Onitsuka K.Consolidation of double-layered ground with vertical drains[J].*International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*,2001,25(14):1449-1465.
- [4] Xie Kanghe,Zhou Kaimao.Consolidation theory for soft soil with partially penetrated vertical drains[J].*Chinese Journal of Geotechnical Engineering*,2006,28(6):679-684.[谢康和,周开茂.未打穿竖向排水井地基固结理论[J].*岩土工程学报*,2006,28(6):679-684.]
- [5] Lu Mengmeng,Wang Shanyong,Sloan S W,et al.Nonlinear radial consolidation of vertical drains under a general time-variable loading[J].*International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*,2015,39(1):51-62.
- [6] Yoshikuni H.Design and control of construction in the vertical drain method[M].Tokyo:Gihoudou,1979.
- [7] Wang Ruichun,Xie Kanghe,Guan Shanhai.Analytical solutions for consolidation of composite ground with granular columns under time-dependent loading[J].*Journal of Zhejiang University(Engineering Science)*,2002,36(1):12-16.[王瑞春,谢康和,关山海.变化荷载下散体材料桩复合地基固结解析解[J].*浙江大学学报(工学版)*,2002,36(1):12-16.]
- [8] Doan S,Fatahi B.Green's function analytical solution for free strain consolidation of soft soil improved by stone

columns subjected to time-dependent loading[J].*Computers and Geotechnics*,2021,136:103941.

- [9] Wang Guocai.Consolidation of soft clay foundations reinforced by stone columns under time-dependent loadings[J].*Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*,2009,135(12):1922-1931.
- [10] Lei G H,Fu C W,Ng C W W.Vertical-drain consolidation using stone columns:An analytical solution with an impeded drainage boundary under multi-ramp loading[J].*Geotextiles and Geomembranes*,2016,44(1):122-131.
- [11] Lu Mengmeng,Xie Kanghe,Li Chuanxun,et al.Analytical solution for consolidation of composite ground considering lateral deformations of column and surrounding soil[J].*Chinese Journal of Geotechnical Engineering*,2011,33(2):181-187.[卢萌盟,谢康和,李传勋,等.考虑桩土侧向变形的复合地基固结解[J].*岩土工程学报*,2011,33(2):181-187.]
- [12] Ma Haoxuan,Li Chuanxun,Lu Xiangzong,et al.A numerical solution for nonlinear consolidation of stone column composite foundation considering variable well resistance[J].*Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*,2024,43(4):1013-1025.[马昊暄,李传勋,陆向综,等.考虑变井阻的碎石桩复合地基非线性固结分析[J].*岩石力学与工程学报*,2024,43(4):1013-1025.]
- [13] Guo Biao,Gong Xiaonan,Li Yajun.Analytical solution for consolidation of stone column-reinforced foundations considering radical and vertical flows in columns[J].*Chinese Journal of Geotechnical Engineering*,2017,39(8):1485-1492.[郭彪,龚晓南,李亚军.考虑桩体径竖向渗流的碎石桩复合地基固结解析解[J].*岩土工程学报*,2017,39(8):1485-1492.]
- [14] Wei Luxian.Research on integrated ground improvement technique for large storage tank under complicated soft foundation[D].Qingdao:Ocean University of China,2004.[魏路先.复杂软弱地基条件下大型储罐地基处理综合技术研究[D].青岛:中国海洋大学,2004.]
- [15] Lu Mengmeng,Jing Hongwen,Zhou Annan,et al.Analytical models for consolidation of combined composite ground improved by impervious columns and vertical drains[J].*International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*,2018,42(6):871-888.
- [16] Yu Chunliang,Zhang Aijun,Zhao Qingyu,et al.Analytical analysis for consolidation of composite foundation reinforced by permeable and impermeable piles[J].*Rock and Soil Mechanics*,2017,38(11):3255-3260.[于春亮,张爱军,赵庆玉,等.透水桩与不透水桩组合型复合地基固结解析分析[J].*岩土力学*,2017,38(11):3255-3260.]
- [17] Yang Tao,Li Chao,Ruan Yizhou.Analytical solution for consolidation of a composite ground with impervious multi-long-short piles[J].*Chinese Journal of Geotechnical Engineering*,2017,39(12):2195-2202.[杨涛,李超,阮一舟.多元不排水长短桩复合地基固结解析解[J].*岩土工程学报*,2017,39(12):2195-2202.]
- [18] Lu Mengmeng,Ao Zurui,Li Dongxu,et al.Consolidation analysis of composite foundation with multiple and reinforcements by granular columns with high replacement ratio impervious piles[J].*Chinese Journal of Geotechnical En-*

- gineering,2021,43(7):1253–1260.[卢萌盟,敖祖瑞,李东旭,等.高置换率散体材料桩-不透水桩多元组合桩复合地基固结分析[J].*岩土工程学报*,2021,43(7):1253–1260.]
- [19] Lu Mengmeng,Bai Yao,Li Hongjun,et al.Analytical model and solution of consolidation of composite foundation with multi-element composite piles[J].*Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*,2021,40(Supp2):3301–3312.[卢萌盟,白垚,李红军,等.多元组合桩复合地基固结解析模型与解答[J].*岩石力学与工程学报*,2021,40(增刊2):3301–3312.]
- [20] Hu Yayuan.Consolidation behavior of nearly saturated composite ground with impervious piles[J].*Journal of Harbin Institute of Technology*,2021,53(10):140–148.[胡亚元.不排水桩准饱和复合地基的固结特性[J].*哈尔滨工业大学学报*,2021,53(10):140–148.]
- [21] Lu Mengmeng.Analytical study on consolidation theory of composite ground under complicated conditions[D].Hangzhou:Zhejiang University,2009.[卢萌盟.复杂条件下复合地基固结解析理论研究[D].杭州:浙江大学,2009.]
- [22] Wang Ruichun,Xie Kanghe.Analytical solution for consolidation of composite ground with granular columns considering stress concentration effects[J].*Bulletin of Science and Technology*,2001,17(5):26–31.[王瑞春,谢康和.考虑应力集中效应的散体材料桩复合地基固结解析分析[J].*科技通报*,2001,17(5):26–31.]
- [23] Castro J,Cimentada A,da Costa A,et al.Consolidation and deformation around stone columns:Comparison of theoretical and laboratory results[J].*Computers and Geotechnics*,2013,49:326–337.
- [24] Zhang D W,Liu S Y,Hong Z S.Consolidation calculating method of soft ground improved by DJM-PVD combined method[C]//*Proceedings of the Ground Modification and Seismic Mitigation*.Shanghai:American Society of Civil Engineers,2006:29–36.
- [25] Hansbo S.Consolidation of clay by band-shaped prefabricated vertical drains[J].*Ground Engineering*,1979,12(5):16–18.

Analytical Solution of Consolidation of the Composite Foundation Reinforced by Stone Columns Combined with Vertical Drains

LI Chuanxun, LIU Cong, LU Xiangzong

(Faculty of Civil Eng. and Mechanics, Jiangsu Univ., Zhenjiang 212013, China)

Abstract: Composite foundations reinforced by stone columns and vertical drains are widely utilized in various projects due to their low cost, high consolidation rate, and effective reinforcement. Although the consolidation theory of a single vertical drain or stone column composite foundation is well-developed, reports on theories involving both types of drainage bodies are scarce. Previous models only accounted for unidirectional seepage of pore water in the radial direction, which diverges from the actual situation. Therefore, a theoretical model that accounts for bidirectional seepage of pore water under external loading in the radial direction is proposed. This model features a permeable top and an impermeable bottom, and the analytical solution is derived from the seepage continuity conditions of the stone columns, vertical drains, and surrounding soils. Under certain conditions, this solution may be simplified to the consolidation models for foundations with either a single stone column or a vertical drain, thereby demonstrating the universality and accuracy of the approach. Subsequently, the solution is applied to the settlement calculations of both an actual project and an indoor model test, with results aligning well with the measured data. The analytical solution is further employed to investigate the consolidation behavior of the composite foundation in detail. The results indicated that the consolidation rate significantly benefits from the installation of vertical drains between stone columns. Besides, the consolidation rate increases with the number of vertical drains, and the permeability coefficient of these drains greatly influences both the consolidation and settlement rates. Compared to reducing the column spacing in classical composite foundation technology, installing vertical drains between stone columns has higher economic value.

Key words: stone column; vertical drains; combined composite foundation; consolidation; analytical solution; bidirectional seepage

(编辑 李轶楠)

引用格式: Li Chuanxun,Liu Cong,Lu Xiangzong.Analytical solution of consolidation of the composite foundation reinforced by stone columns combined with vertical drains[J].*Advanced Engineering Sciences*,2024,56(4):130–140.[李传勋,刘聪,陆向综.碎石桩-排水板组合型复合地基固结解析解[J].*工程科学与技术*,2024,56(4):130–140.]