

• 土木工程 •

DOI:10.12454/j.jsuese.202201384



本刊网刊

## 裂隙花岗岩非线性蠕变本构模型及参数分析

王春萍<sup>1,2,3</sup>, 刘建锋<sup>3</sup>, 陈亮<sup>1,2</sup>, 刘健<sup>1,2</sup>, 赵星光<sup>1,2</sup>, 马洪素<sup>1,2</sup>

(1.核工业北京地质研究院,北京 100029; 2.国家原子能机构高放废物地质处置创新中心,北京 100029;  
3.四川大学水利水电学院,四川成都 610065)

**摘要:**裂隙花岗岩的蠕变特性对高放废物地质处置库的长期稳定性和安全性至关重要。本文基于裂隙花岗岩在不同应力条件下的蠕变试验结果,结合蠕变过程中应力产生的损伤累积的影响,提出一种考虑损伤的弹黏塑性体。通过将经典Burgers模型的黏性元件替换为分数阶黏弹性元件,将黏弹性体替换为考虑损伤的弹黏塑性体的方法,构建了裂隙花岗岩非线性蠕变本构模型,并推导出模型在3维应力状态下的本构方程。通过对倾角30°及45°单裂隙花岗岩在不同应力条件下蠕变试验数据的拟合分析,确定了模型参数,验证了模型的适用性和合理性,获得了各模型参数随应力水平的变化规律。通过模型参数的敏感性分析,揭示了分数阶导数、损伤参数,以及应力水平对裂隙花岗岩蠕变应变的影响规律,并验证了裂隙花岗岩非线性蠕变本构模型在特殊条件下可退化为经典Burgers模型。研究表明,本文提出的裂隙花岗岩非线性蠕变本构模型能够准确地描述裂隙花岗岩蠕变破坏全过程的3个阶段,尤其是加速蠕变阶段应变随时间非线性增长的过程。

**关键词:**裂隙花岗岩;蠕变;非线性模型;分数阶导数;参数分析

中图分类号: TU451

文献标志码: A

文章编号: 2096-3246(2024)04-0141-09

根据放射性浓度,放射性废物大致可分为低放射性废物、中放射性废物和高放射性废物,其中高放射性废物具有半衰期长、毒性大和释热率高等特点<sup>[1]</sup>。目前,国际社会普遍接受的、最为可行的对高水平放射性废物安全的处置方式为深地质处置,即把高放废物深埋在距离地表深约500~1 000 m的稳定地质体中,确保将其在数万年甚至更长时间内与生物圈有效隔离<sup>[2]</sup>。因此,为确保地下处置工程在长期服务年限内的稳定性和安全性,开展工程围岩的蠕变特性研究及描述蠕变力学行为长期演化规律的本构模型研究是处置场址适宜性评价和安全分析的重要内容。

对于蠕变试验研究,国内外学者在岩石蠕变本构模型方面取得了较多成果。陈卫忠等<sup>[3]</sup>建立了考虑断裂损伤耦合效应的蠕变模型,并采用该模型对三峡船闸高边坡岩体的稳定性进行了非线性有限元计

算。潘鹏志等<sup>[4]</sup>基于黏塑性流动系数张量提出裂隙岩石各向异性蠕变模型,并通过裂隙花岗岩三轴蠕变试验结果的拟合分析,验证了模型的合理性。余成学等<sup>[5]</sup>提出岩石和节理面的流变瞬时强度概念,构建了黏弹塑性流变破坏模型,并将其应用于大岗山引水隧洞的流变破坏分析。

目前,岩石的蠕变本构模型大致可分为以下几类<sup>[6]</sup>:经验模型、组合元件模型、基于机制分析的蠕变模型(细观物理模型)、基于内时理论或内变量热力学理论建立的蠕变模型,以及基于分数阶导数的蠕变模型。其中,组合元件模型因概念直观、物理意义明确而得到广泛的研究与应用,但在处理非线性流变问题及将1维方程推广至3维状态方面还存在较多不足。因此,许多学者通过建立一种非线性元件并将其与传统元件相组合的方式,完整描述岩石蠕变3个阶段<sup>[7-11]</sup>。周宏伟<sup>[12]</sup>和Zhou<sup>[13-14]</sup>等通过采用非线性

收稿日期:2022-12-23 修回日期:2023-07-24 网络出版日期:2024-05-30

基金项目:核设施退役治理专项资助科研项目(科工二司〔2020〕194号);国家自然科学基金资助项目(42307258);四川省重点研发项目(2022YFSY0007)

作者简介:王春萍(1989—),女,高级工程师,博士。研究方向:高放废物地质处置。E-mail: wangchunping05@163.com

性黏壶替换西原模型中性黏壶的方式,提出基于分数阶导数的盐岩流变本构模型。Fahimifar等<sup>[15]</sup>通过在Burgers模型中考虑面效应及围岩-支护的相互作用的方法,提出针对圆形隧道开挖计算时效变形的本构模型。刘开云等<sup>[16]</sup>提出了一种应变触发非线性黏壶,并将其与Bingham模型串联,建立了能够描述岩石等速和加速蠕变阶段的蠕变模型。Zhang等<sup>[17]</sup>根据能量守恒定律和最小耗能理论推导了岩石的损伤变量,并基于西原模型建立了非线性蠕变损伤模型。Cao等<sup>[18]</sup>通过引入时间硬化理论和损伤理论,提出能够描述岩石蠕变过程中蠕变强化和弱化行为的模型解析解,数值模拟结果表明该模型能够描述岩石在多种应力水平下的所有典型蠕变行为。孙晓明等<sup>[19]</sup>为模拟不同含水率状态下砂岩的单轴蠕变试验规律,基于一种新的黏壶元件并结合损伤理论提出一种改进的西原模型。He等<sup>[20]</sup>建立了基于弹性单元和阻尼单元的盐岩非线性蠕变-损伤本构模型,通过对盐岩蠕变试验数据的拟合分析发现,该模型能较好地描述盐岩的蠕变全过程。王游等<sup>[21]</sup>通过在Kelvin模型中引入非线性函数,构建了一个损伤黏性元件,同时在此基础上提出非线性西原体模型并进行了参数分析。由于这些改进的组合元件模型多较为复杂,元件较多且组合形式繁琐,或者建立的模型为隐函数形式,无法推导出其显示表达式,所以在工程的推广和应用方面存在诸多困难。

针对中国高放废物处置工程主要候选围岩——花岗岩,作者团队基于花岗岩高温蠕变试验已提出一种高温损伤流变元件,并构建了能够描述花岗岩不同温度条件下蠕变全过程的本构模型<sup>[22]</sup>。但考虑到工程岩体中存在着大量裂隙,仅开展完整岩石的蠕变模型研究是不够的。因此,基于低倾角单裂隙花岗岩在不同应力条件下的蠕变试验结果,综合分析裂隙花岗岩破坏方式的内在机制,提出裂隙花岗岩损伤演化方程。结合分数阶微积分理论,将裂隙花岗岩损伤演化方程引入经典Burgers模型,构建了具有解析表达式的裂隙花岗岩非线性蠕变本构模型,并将其推广至3维状态。通过对试验数据的拟合分析及参数的敏感性分析,验证了模型的合理性,获得了模型主要参数对模型所描述的蠕变应变的影响规律。相关研究结果可为高放废物处置工程设计和优化提供重要的理论基础与科学指导。

## 1 裂隙花岗岩蠕变模型本构方程

### 1.1 裂隙花岗岩损伤演化方程

在裂隙花岗岩非线性蠕变本构模型建立前,作者团队首先针对不同倾角的贯通单裂隙花岗岩开展

了一系列的蠕变特性试验研究。结果表明,裂隙花岗岩的蠕变全过程曲线呈现典型的3个阶段:瞬态蠕变阶段、稳态蠕变阶段和加速蠕变阶段。当预制裂隙面的倾角较低时,试样主要发生贯穿裂隙面破坏,如图1所示。预制裂隙的存在降低了试样的强度,劣化了试样的力学参数,但最终试样的变形主要是岩石材料的变形,最终的破坏也是由新生的细观裂纹演化而来。

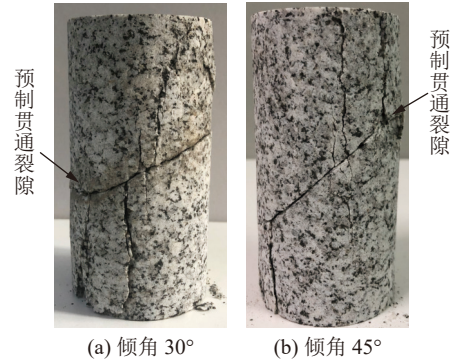


图 1 裂隙花岗岩蠕变破坏形式

Fig. 1 Failure modes of fractured rock samples after creep test

国内外学者认为,岩石不稳定蠕变的本质原因是岩石内部损伤的产生及损伤随时间的不断演化<sup>[23-25]</sup>。因此,建立岩石蠕变过程中损伤变量的演化方程并准确描述岩石的损伤状态,是模拟岩石蠕变过程尤其是加速蠕变阶段的关键。对于损伤的度量,国内外学者通常从微观和宏观两个角度进行定义。从微观角度出发,常将描述岩石内部缺陷几何特征的相关参数,如长度、面积、数量等定义为损伤。从室内试验和宏观角度,又可将损伤定义为岩石的弹性模量、屈服应力、拉伸强度等参数的劣化程度。

对于裂隙岩石,内部损伤包括两个部分:一是原有裂隙造成的初始损伤;二是岩石细观缺陷在外部荷载的作用下产生的损伤。研究裂隙岩体在外部荷载作用下的损伤演化过程时,将原有裂隙对岩石造成的损伤概化为宏观损伤,将岩石在外部荷载作用下产生的损伤概化为细观损伤。因宏观损伤和细观损伤的表征方法不同,故不能将初始损伤和新生细观损伤进行简单的叠加。损伤力学的基本假设——Lemaitre应变等效原理认为:损伤材料的本构关系和无损材料的本构关系在形式上是一致的,只是内容上不同<sup>[26-27]</sup>。由裂隙花岗岩的蠕变特性试验研究发现,裂隙花岗岩的蠕变全过程曲线与完整花岗岩的蠕变全过程曲线一致,只是变形参数有所不同。因此,从这一角度可知,采用Lemaitre应变等效原理建立裂隙花岗岩的蠕变损伤演化模型可行。将裂隙花岗岩在外部荷载作用下的总损伤记为 $D$ ,预制裂隙造成的

初始损伤记为 $D_1$ ,受外部荷载产生的细观损伤记为 $D_2$ 。根据Lemaitre假设,裂隙花岗岩在外部荷载作用下的总损伤为<sup>[28]</sup>:

$$D = 1 - \frac{(1-D_1)(1-D_2)}{1-D_1D_2} \quad (1)$$

当 $D_1=0$ 时,代表岩体没有初始的宏观损伤,此时 $D=D_2$ ,岩体的宏、细观耦合损伤即等于完整岩石受外部荷载时产生的细观损伤;当 $D_2=0$ 时,代表岩体仅有预制的宏观损伤未施加外部荷载,此时 $D=D_1$ ,岩体的宏、细观耦合损伤即等于预制裂隙的初始损伤,这均与实施情况相符。由式(1)可以看出,在预制裂隙造成的初始损伤和外部荷载产生的细观损伤的耦合作用下,试样的总损伤有所加剧,弱化了试样的强度和刚度。

对于宏观损伤 $D_1$ ,在室内试验和宏观力学分析中多将其定义为弹性模量的劣化程度<sup>[29]</sup>,即:

$$D_1 = 1 - \frac{\bar{E}}{E} \quad (2)$$

式中: $E$ 为无损弹性模量,即完整岩石的弹性模量; $\bar{E}$ 为有损伤弹性模量,对应的是裂隙花岗岩的弹性模量。

对于岩石在外部恒定荷载条件下引起的细观损伤 $D_2$ ,以往研究多将其假定为随时间 $t$ 累积的负指数函数形式<sup>[30]</sup>,即:

$$D_2 = 1 - e^{-\alpha t} \quad (3)$$

式中: $\alpha$ 为控制岩石内部损伤演化过程的损伤因子,与材料性质有关; $t$ 为时间。

将式(2)和(3)代入式(1)中,获得低倾角裂隙花岗岩蠕变过程中的损伤演化方程为:

$$D = 1 - \frac{1-D_1}{(1-D_1)\exp(\alpha t) + D_1} \quad (4)$$

根据单轴压缩条件下贯通单裂隙花岗岩的试验结果,倾角 $30^\circ$ 和 $45^\circ$ 裂隙花岗岩的初始损伤 $D_1$ 分别为0.06、0.23。

## 1.2 裂隙花岗岩蠕变模型建立与求解

裂隙花岗岩的蠕变过程包含了初始蠕变、稳态蠕变和加速蠕变3个阶段,其变形也呈现出了弹性、黏弹性、塑性等多种变形特征。对裂隙花岗岩蠕变全过程的模拟往往需要对多个基本元件进行串并联的耦合,如图2(a)所示的Burgers模型,由弹性元件(H)、黏性元件(N)和黏弹性体(N/H)串联而成。图2(a)中, $E_0$ 为弹性模量, $E_1$ 为黏弹性模量, $\eta_1$ 和 $\eta_2$ 为黏壶的黏性系数。

Burgers模型的优势是能够较好地反映岩石的初始蠕变和稳态蠕变过程,但是不能描述岩石的加速

蠕变过程,即岩石变形随时间增长的非线性增加过程。另外,该模型中材料的关键参数,如弹性模量、黏性系数等被定义为一个或几个定值,不能反映出岩石蠕变过程中应力产生的损伤对其造成的影响。因此,首先耦合了原有裂隙的初始损伤及蠕变荷载作用下岩石内部缺陷的损伤演化过程,建立了裂隙花岗岩损伤演化方程。随后,考虑了该耦合损伤对岩石力学参数的劣化作用,通过将损伤演化方程引入黏弹性体,提出考虑损伤的弹黏塑性体。最后,通过将经典Burgers模型中的黏性元件和黏弹性体分别替换为分数阶黏弹性元件及考虑损伤的弹黏塑性体,建立裂隙花岗岩非线性蠕变本构模型,如图2(b)所示。图2(b)中, $\eta_1^\gamma$ 为分数阶黏性系数, $\gamma$ 为分数阶导数, $E_1(D)$ 为考虑损伤的弹性模量, $\eta_2(D)$ 为考虑损伤的黏性系数, $\varepsilon_e$ 、 $\varepsilon_{ve}$ 和 $\varepsilon_{evp}$ 分别为弹性元件(H)、分数阶黏弹性元件(N)和考虑损伤的弹黏塑性体(N/H)对应的应变。

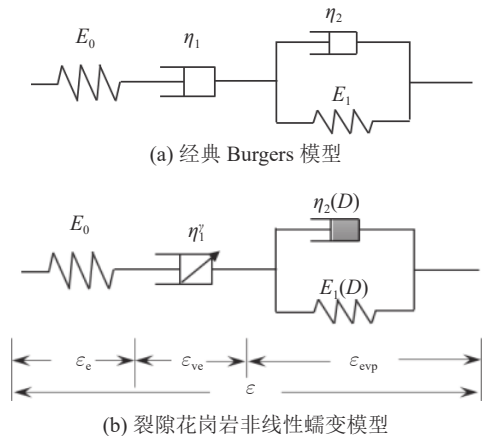


图2 蠕变本构模型示意图

Fig. 2 Schematic plot of creep constitutive model

1)在应力水平 $\sigma$ 的条件下,弹性元件(H)的应力应变关系为:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E_0} \quad (5)$$

2)对于分数阶黏弹性元件(N),以往对盐岩分数阶导数流变本构模型的研究<sup>[12-14]</sup>已对其进行详细的介绍及应用,其蠕变本构关系为:

$$\varepsilon_{ve} = \frac{\sigma}{\eta_1^\gamma} \cdot \frac{t^\gamma}{\Gamma(1+\gamma)}, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (6)$$

式中, $\Gamma$ 为Gamma函数。

3)在考虑损伤的弹黏塑性体(N/H)中,由组合模型理论可知其本构关系为:

$$\sigma = E_1(D)\varepsilon_{evp} + \eta_2(D)\dot{\varepsilon}_{evp} \quad (7)$$

式中, $E_1(D) = E_1(1-D)$ , $\eta_2(D) = \eta_2(1-D)$ 。

将式(4)代入式(7),获得考虑损伤的弹黏塑性

体(N/H)的本构关系为:

$$\varepsilon_{\text{evp}}(t) = \frac{\sigma}{E_1 + \alpha\eta_2} e^{\alpha t} - \left[ \frac{\sigma}{E_1 + \alpha\eta_2} + \frac{\sigma}{E_1} \cdot \frac{D_1}{1 - D_1} \right] e^{-\frac{E_1}{\eta_2} t} + \frac{\sigma}{E_1} \cdot \frac{D_1}{1 - D_1} \quad (8)$$

联合弹性元件(H)、分数阶黏弹性元件(N)和考虑损伤的弹黏塑性体(N/H)3个部分的应变,可得裂隙花岗岩非线性蠕变本构方程为:

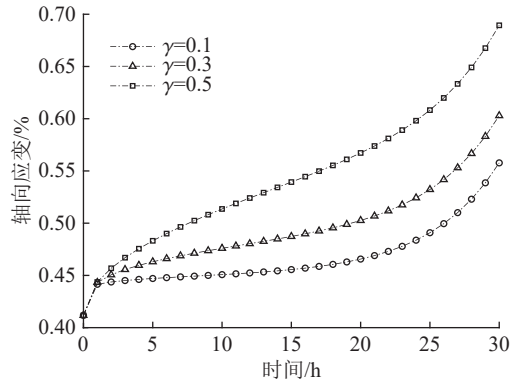
$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{\eta_1^\gamma} \cdot \frac{t^\gamma}{\Gamma(1 + \gamma)} + \frac{\sigma}{E_1 + \alpha\eta_2} e^{\alpha t} + \frac{\sigma}{E_1} \cdot \frac{D_1}{1 - D_1} - \left[ \frac{\sigma}{E_1 + \alpha\eta_2} + \frac{\sigma}{E_1} \cdot \frac{D_1}{1 - D_1} \right] e^{-\frac{E_1}{\eta_2} t} \quad (9)$$

当裂隙倾角 $\theta$ 为 $30^\circ$ 时, $D_1 = 0.06$ ;当裂隙倾角 $\theta = 45^\circ$ 时, $D_1 = 0.23$ 。当 $\gamma = 0$ 时, $\eta_1^\gamma$ 代表理想固体的弹性模量;当 $\gamma = 1$ 时, $\eta_1^\gamma$ 代表理想流体的黏性系数。随着时间的不断增加,式(4)描述的损伤变量将由初始损伤 $D_1$ 不断增大且趋近于1,对应于岩石内部裂纹不断累积、扩展,直至试样发生破坏的过程; $\alpha$ 取值的不同直接反映了岩石内部损伤演化过程的不同。

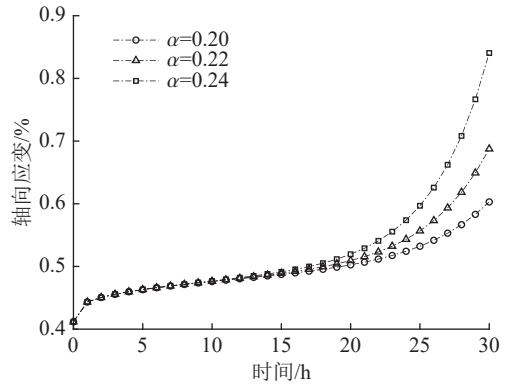
### 1.3 参数敏感性分析

在裂隙花岗岩非线性蠕变模型中,影响岩石蠕变特性的参数主要有分数阶导数 $\gamma$ 、损伤因子 $\alpha$ 及应力水平 $\sigma$ 。为研究各参数对裂隙花岗岩非线性蠕变模型所反映的蠕变特征的影响规律,对其进行敏感性分析。分析时,一次只改变一个参数,并保持其他参数不变。各参数的初始值分别是: $\sigma = 140$  MPa,  $E_0 = 34$  GPa,  $\eta_1^\gamma = 500$  GPa·h,  $\gamma = 0.3$ ,  $E_1 = 5 \times 10^4$  GPa,  $\eta_2 = 2 \times 10^4$  GPa·h,  $\alpha = 0.20$ 。改变模型参数获得的裂隙花岗岩非线性蠕变模型曲线如图3所示。

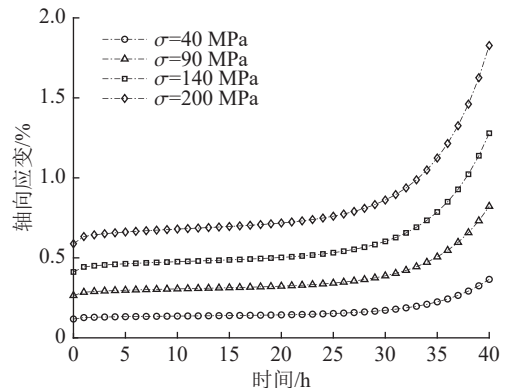
由图3(a)可以看出:分数阶导数 $\gamma$ 对瞬态蠕变阶段的影响并不明显,主要影响稳态蠕变阶段的蠕变速率,进而影响最终的蠕变应变量;分数阶求导阶次越高,稳定蠕变的蠕变速率越大,进而最终的蠕变应变值越高。由图3(b)可知:模型参数 $\alpha$ 对瞬态蠕变及稳态蠕变阶段的影响并不明显,主要影响由稳态蠕变阶段进入加速蠕变阶段的速率;当 $\alpha$ 取值较小时,蠕变变形由稳态蠕变进入加速蠕变阶段时的蠕变速率较低,蠕变应变增长缓慢,持续时间较长;随着 $\alpha$ 增大,进入加速蠕变阶段的蠕变速率迅速提高,导致加速蠕变阶段持续时间较短,且在较短的时间内蠕变应变急剧增加。由图3(c)可知:应力水平的大小不仅直接影响岩石进入蠕变的初始变形,还对蠕变全过程的应变有影响;应力水平越高,进入蠕变的初始变形越大,稳定蠕变阶段时间越短,加速蠕变阶段应变速率越高,最终的蠕变应变也越大。



(a) 分数阶导数  $\gamma$



(b) 参数  $\alpha$



(c) 应力水平  $\sigma$

图3 不同模型参数下裂隙花岗岩非线性蠕变模型曲线  
Fig. 3 Nonlinear creep model curves of fractured granite with different model parameters

## 2 裂隙花岗岩蠕变模型的3维形式

式(9)所描述的裂隙岩石非线性蠕变模型是在单轴应力状态下建立起来的,若要描述处于3维应力状态下岩石的长期力学行为特征,需要建立蠕变模型的3维本构关系。采用类比的方法,将模型的1维方程推广至3维条件。

在3维应力状态下,裂隙花岗岩非线性蠕变模型的总应变可以用张量表示为:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{\text{ve}} + \varepsilon_{ij}^{\text{evp}} \quad (10)$$

式中,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e$  为弹性元件的应变张量,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{ve}$  为分数阶黏弹性元件的应变张量,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{evp}$  为考虑损伤的弹黏塑性体的应变张量。

1) 根据广义胡克定律, 弹性元件的3维本构关系为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{1}{2G_0} \mathbf{S}_{ij} + \frac{1}{3K_0} \delta_{ij} \boldsymbol{\sigma}_m \quad (11)$$

式中,  $\boldsymbol{\sigma}_m$  为球应力张量,  $\mathbf{S}_{ij}$  为偏应力张量,  $K_0$  为体积模量,  $G_0$  为剪切模量,  $\delta_{ij}$  为Kronecker函数。

2) 假定体积变化是弹性的, 岩石的蠕变性质主要表现在剪切变形方面, 则分数阶黏弹性元件在3维应力状态下的应变为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{ve} = \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2\eta_1^\gamma} \cdot \frac{t^\gamma}{\Gamma(1+\gamma)}, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (12)$$

3) 考虑损伤的黏弹性体的3维本构关系为:

$$\mathbf{S}_{ij} = 2G_1(D) \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{evp} + 2\eta_2(D) \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{evp} \quad (13)$$

式中,  $G_1$  为考虑损伤的剪切模量。

进而, 推导得考虑损伤的弹黏塑性体在3维状态下应变与时间的关系为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{evp} = \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2G_1 + 2\alpha\eta_2} e^{\alpha t} - \left[ \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2G_1 + 2\alpha\eta_2} + \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2G_1} \cdot \frac{D_1}{1-D_1} \right] e^{-\frac{\alpha_1}{\eta_2} t} + \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2G_1} \cdot \frac{D_1}{1-D_1} \quad (14)$$

将式(11)、(12)和(14)代入式(10)中, 可得3维应力状态下裂隙花岗岩非线性蠕变模型本构关系为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2G_0} \mathbf{S}_{ij} + \frac{1}{3K_0} \delta_{ij} \boldsymbol{\sigma}_m + \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2\eta_1^\gamma} \cdot \frac{t^\gamma}{\Gamma(1+\gamma)} + \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2G_1 + 2\alpha\eta_2} e^{\alpha t} - \left[ \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2G_1 + 2\alpha\eta_2} + \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2G_1} \cdot \frac{D_1}{1-D_1} \right] e^{-\frac{\alpha_1}{\eta_2} t} + \frac{\mathbf{S}_{ij}}{2G_1} \cdot \frac{D_1}{1-D_1} \quad (15)$$

在实验室等围压三轴压缩条件下,  $\sigma_2 = \sigma_3$ , 则在3维应力状态下裂隙花岗岩非线性蠕变模型在轴向上的应变为:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_0} + \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{9K_0} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1 + 3\alpha\eta_2} e^{\alpha t} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} \cdot \frac{D_1}{1-D_1} - \left[ \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1 + 3\alpha\eta_2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} \cdot \frac{D_1}{1-D_1} \right] e^{-\frac{\alpha_1}{\eta_2} t} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} \cdot \frac{D_1}{1-D_1} + \frac{t^\gamma}{3\eta_1^\gamma \Gamma(1+\gamma)} \quad (16)$$

### 3 模型验证及参数确定

式(9)和(16)分别为建立的裂隙花岗岩非线性蠕变模型在1维和3维应力条件下轴向应变的本构关系。当试样为完整岩石时, 初始损伤  $D_1 = 0$ ; 若不考虑岩石内部损伤演化过程, 同时将分数阶导数退化为

整数阶, 即  $\alpha=0$  且  $\gamma=1$ , 则式(9)及(16)可分别写成:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{\eta_1} t + \frac{\sigma}{E_1} \left( 1 - e^{-\frac{E_1}{\eta_1} t} \right) \quad (17)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_0} + \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{9K_0} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3\eta_1} t + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} \left[ 1 - e^{-\frac{\alpha_1}{\eta_2} t} \right] \quad (18)$$

式(17)、(18)正是经典Burgers模型的流变本构关系在1维及3维状态下的表达式。由此进一步说明, Burgers模型正是本文建立的裂隙花岗岩非线性蠕变模型在  $D_1 = 0$ 、 $\alpha=0$  且  $\gamma=1$  时的特例。

为验证本文提出的裂隙花岗岩非线性蠕变模型的合理性和适应性, 对倾角  $30^\circ$  和  $45^\circ$  裂隙花岗岩在不同应力条件下的蠕变全过程曲线进行拟合分析, 结果如图4所示。由图4可知, 单轴及三轴压缩条件下, 裂隙花岗岩的蠕变试验曲线与建立的非线性蠕变本构模型曲线的拟合度较高, 说明该模型可以较好地描述裂隙花岗岩的蠕变特性, 能够很好地反映低倾角单裂隙花岗岩蠕变破坏全过程的3个阶段。与Burgers模型描述的加速蠕变阶段蠕变速率几乎不变的情况相比, 本文建立的蠕变模型能够准确表征裂隙岩石试验过程中蠕变速率急剧增加、应变与时间呈非线性增长的加速蠕变阶段。

表1为不同应力条件下的模型参数。一般从1维模型推广至3维模型时, 体积模量和剪切模量与弹性模量满足关系:

$$\begin{cases} G_0 = \frac{E_0}{2(1+\mu)}, \\ K_0 = \frac{E_0}{3(1-2\mu)} \end{cases} \quad (19)$$

式中,  $\mu$  为泊松比。

为便于分析单轴及三轴压缩条件下各模型参数与施加应力条件的关系, 根据式(19)将三轴压缩条件下拟合获得的体积模量  $K_0$  和剪切模量  $G_0$  统一成弹性模量参数  $E_0$ 。由此获得裂隙花岗岩非线性蠕变模型各参数与轴向应力的关系曲线如图5所示。由图5(a)可知,  $E_0$  随着应力水平的提高均呈下降的趋势, 且单轴条件下的下降趋势更明显。根据裂隙花岗岩的蠕变试验结果, 施加的荷载水平越高, 岩石的初始变形越大。同时, 根据裂隙花岗岩非线性蠕变模型的本构关系(式(9)), 弹性模量  $E_0$  主要影响岩石的初始变形, 弹性模量越小, 初始变形量越大。因此, 当采用本文的蠕变模型描述较大应力水平引起的岩石较大蠕变变形时, 需要选取一个较低的弹性模量, 这也与图5(a)的应力水平越高、弹性模量越低相对应。

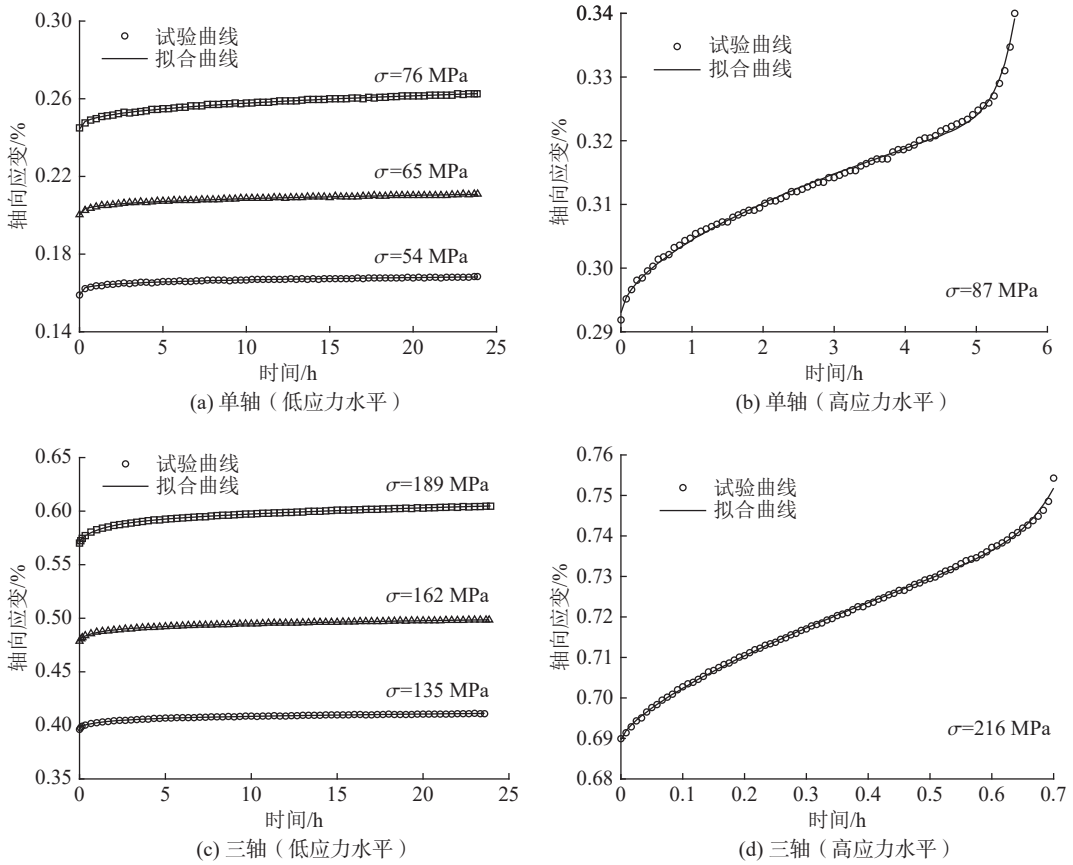


图 4 单轴及围压 10 MPa(三轴)条件下倾角 45° 裂隙花岗岩蠕变试验与模型拟合曲线

Fig. 4 Experimental data and fitting curves of granite samples with 45-degree inclination fractures at confining pressure of 0 and 10 MPa

表 1 不同应力条件下裂隙花岗岩蠕变试验模型参数

Tab. 1 Model parameters under different stress conditions obtained by fitting the creep tests on fractured granite

围压/MPa	裂隙角度/(°)	轴向应力/MPa	模型参数					
			$E_0/\text{GPa}$	$\eta_1^\gamma/(\text{GPa}\cdot\text{h})$	$E_1$ 或 $G_1/\text{GPa}$	$\eta_2/(\text{GPa}\cdot\text{h})$	$\gamma$	$\alpha$
0	30	71.00	35.08	1 175.50	3 793.10	26 972.00	0.131 3	0.010 8
		84.83	33.87	2 411.30	2 547.80	15 426.00	0.224 5	0.014 2
		99.54	33.02	1 782.90	1 161.20	5 986.70	0.369 3	0.020 9
		113.30	30.76	188.55	902.84	5 301.30	0.660 4	21.923 4
0	45	54.70	34.39	1 454.30	7 764.50	9 294.00	0.192 8	0.036 1
		65.30	32.49	3 309.30	3 328.60	5 547.30	0.323 0	0.021 1
		76.70	31.29	2 774.60	2 819.20	4 246.10	0.416 5	0.030 2
10	30	87.20	29.80	824.49	$3.03 \times 10^{11}$	$8.54 \times 10^{10}$	0.567 2	3.748 1
		138.00	35.38	943.51	3 571.10	5 514.20	0.190 7	0.017 6
		163.40	35.85	1 122.90	2 742.20	4 559.60	0.207 0	0.017 9
		189.50	35.97	1 112.60	2 565.70	4 174.10	0.271 4	0.005 0
		214.80	35.65	809.74	2 113.50	3 686.20	0.295 0	0.008 7
		240.10	34.64	456.64	1 339.50	2 227.90	0.349 1	0.005 1
10	45	265.20	32.57	26.04	407.38	1 783.50	0.675 4	69.611 2
		144.60	34.70	1 002.10	2 125.90	3 487.40	0.276 1	0.007 2
		172.40	34.54	1 032.50	1 799.90	2 068.60	0.314 2	0.005 5
		199.30	33.75	824.37	1 139.40	1 514.70	0.367 9	0.001 6
		226.20	31.77	121.20	$3.71 \times 10^8$	$7.94 \times 10^6$	0.720 7	19.473 3

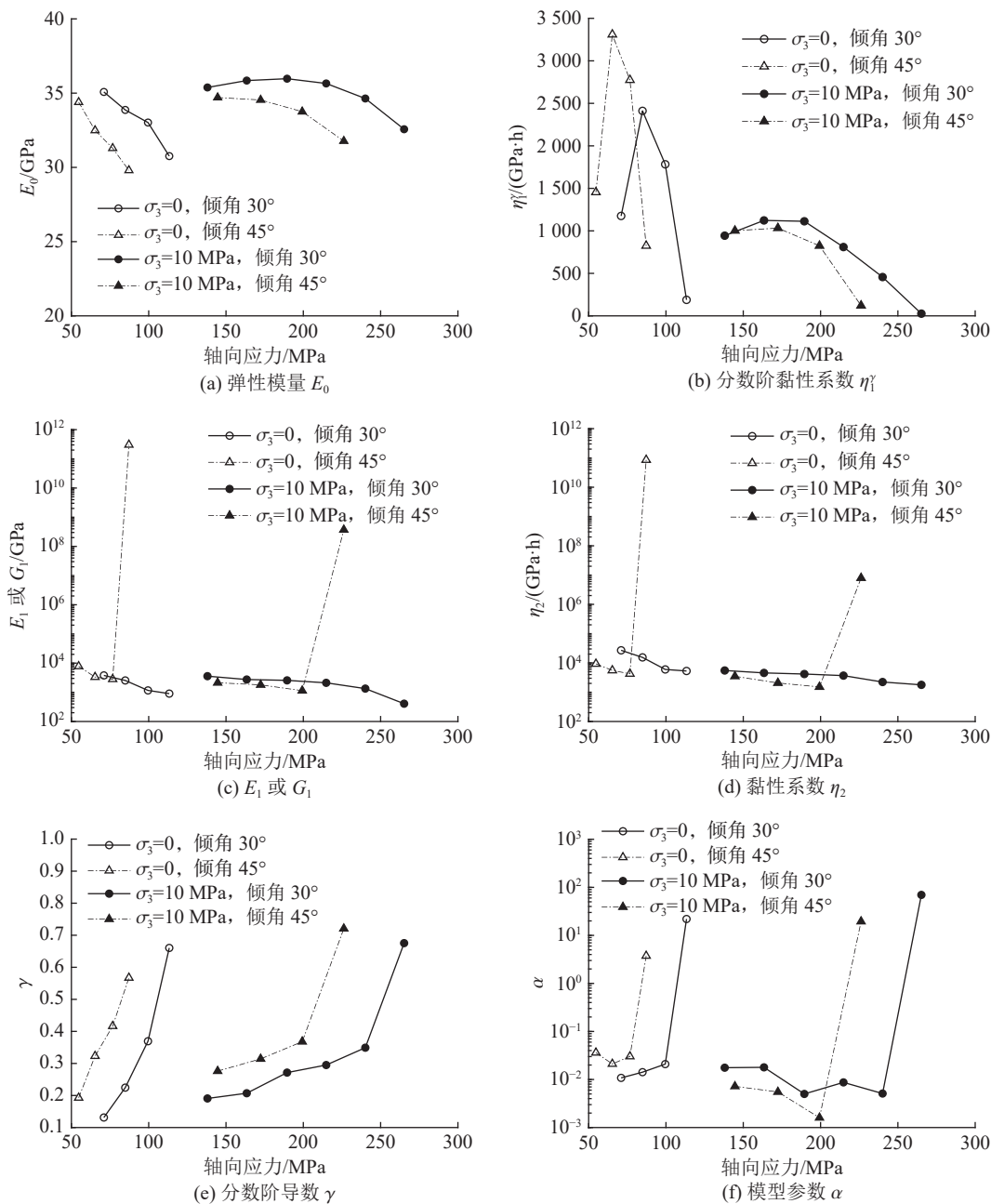


图5 非线性蠕变模型参数与轴向应力水平的关系曲线

Fig. 5 Relationship curves between nonlinear creep model parameters and axial stress level

由裂隙花岗岩的蠕变试验可知,当应力水平较低且岩石处于压密阶段时,应力水平的略微提高不会导致岩石内部裂纹的产生,反而会导致岩石内部孔隙被进一步压密,相应的岩石蠕变率会略微下降;但当应力水平处于较高水平时,裂隙岩石内部会有微裂纹产生及扩展(图1),此时若提高应力水平,会导致岩石内部裂纹的进一步扩展,相应地,岩石蠕变率也会显著提高。综合上述分析,当外部荷载由较低的应力水平缓慢增加时,岩石蠕变率呈现先降低后增加的趋势。根据蠕变模型本构关系式(9),黏性系数  $\eta_1^{\gamma}$  影响的主要是蠕变变形的瞬态蠕变及稳态蠕变

阶段的蠕变速率,且黏性系数越大,蠕变速率越低。因此,对于黏性系数  $\eta_1^{\gamma}$ ,随着轴向应力的增加,不同倾角的单裂隙花岗岩在单轴及三轴压缩条件下均呈现出先增加后减小的趋势,且单轴条件下的变化更为显著,如图5(b)所示。

由图5(c)、(d)可知:对于  $E_1$  或  $G_1$  及黏性系数  $\eta_2$ ,当裂隙倾角为30°时,这三个参数在单轴及三轴条件下均随着应力水平的提高而持续降低;当裂隙倾角为45°时,在轴向应力水平较低、试样未进入加速蠕变阶段时,单轴及三轴压缩条件下  $E_1$  或  $G_1$  及  $\eta_2$  的取值均随应力水平的提高而有所降低,但当应力水平升

高至试样进入加速蠕变阶段时,其取值呈现出数量级的显著增加。

由图5(e)、(f)可知:轴向应力水平越高,求导阶数 $\gamma$ 的取值越大。对于 $\alpha$ ,当轴向应力水平较低、试样未进入加速蠕变阶段时,由于试样内部的损伤程度较低,参数 $\alpha$ 的取值也较低;但当应力水平升高至试样进入加速蠕变阶段时,其数值呈数量级显著增加。

## 4 结 论

1) 本文建立了裂隙花岗岩蠕变破坏过程中的损伤演化方程,提出考虑损伤的弹黏塑性体,构建了裂隙花岗岩的非线性蠕变模型,推导了1维和3维应力条件下模型本构关系的解析表达式。当不考虑裂隙面的初始损伤及蠕变荷载作用下岩石内部缺陷损伤演化的影响时,本文建立的蠕变模型可退化为经典的Burgers模型。

2) 对试验结果的拟合分析表明,本文建立的蠕变模型能够准确地描述裂隙花岗岩典型蠕变破坏的3个阶段,尤其是蠕变速率急剧增加、应变与时间呈非线性增长的加速蠕变阶段。

3) 模型参数分析表明,分数阶导数 $\gamma$ 主要影响稳态蠕变阶段的蠕变速率,损伤参数 $\alpha$ 对由稳态蠕变阶段进入加速蠕变阶段的速率影响显著;通过对蠕变试验结果拟合分析,确定了各参数随应力水平的变化规律。

### 参考文献:

[1] 潘自强,钱七虎.高放废物地质处置战略研究[M].北京:原子能出版社,2009:37-39.

[2] Bennett G F.The scientific and regulatory basis for the geological disposal of radioactive waste[J].*Journal of Hazardous Materials*,1996,48(1/2/3):259-260.

[3] Chen Weizhong,Zhu Weishen,Li Shucui.Rheology and fracture damage-coupled model for rock mass and its application[J].*Shuili Xuebao*,1999,30(12):33-37.[陈卫忠,朱维申,李木才.节理岩体断裂损伤耦合的流变模型及其应用[J].*水利学报*,1999,30(12):33-37.]

[4] Pan Pengzhi,Feng Xiating,Shen Linfang,et al.Study of anisotropic creep behavior of fractured granite[J].*Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*,2011,30(1):36-44.[潘鹏志,冯夏庭,申林方,等.裂隙花岗岩各向异性蠕变特性研究[J].*岩石力学与工程学报*,2011,30(1):36-44.]

[5] She Chengxue,Sun Futing.Research on visco-elastoplastic rheological failure model of jointed rock mass[J].*Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*,2013,32(2):231-238.[余成学,孙辅庭.节理岩体黏弹塑性流变破坏模型研究[J].*岩石力学与工程学报*,2013,32(2):231-238.]

[6] Zhang Long.Research on rheological model based on thermodynamics with internal state variables and long-term stability of rock mass structures[D].Beijing:Tsinghua Uni-

versity,2015.[张泷.基于内变量热力学的流变模型及岩体结构长期稳定性研究[D].北京:清华大学,2015.]

[7] Sterpi D,Gioda G.Visco-plastic behaviour around advancing tunnels in squeezing rock[J].*Rock Mechanics and Rock Engineering*,2009,42(2):319-339.

[8] Fahimifar A,Karami M,Fahimifar A.Modifications to an elasto-visco-plastic constitutive model for prediction of creep deformation of rock samples[J].*Soils and Foundations*,2015,55(6):1364-1371.

[9] Tomanovic Z.Rheological model of soft rock creep based on the tests on marl[J].*Mechanics of Time-Dependent Materials*,2006,10(2):135-154.

[10] Singh A,Kumar C,Kannan L G,et al.Estimation of creep parameters of rock salt from uniaxial compression tests[J].*International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*,2018,107:243-248.

[11] Singh A,Kumar C,Gopi Kannan L,et al.Engineering properties of rock salt and simplified closed-form deformation solution for circular opening in rock salt under the true triaxial stress state[J].*Engineering Geology*,2018,243:218-230.

[12] Zhou Hongwei,Wang Chunping,Duan Zhiqiang,et al.Time-based fractional derivative approach to creep constitutive model of salt rock[J].*Scientia Sinica(Physica,Mechanica & Astronomica)*,2012,42(3):310-318.[周宏伟,王春萍,段志强,等.基于分数阶导数的盐岩流变本构模型[J].*中国科学:物理学 力学 天文学*,2012,42(3):310-318.]

[13] Zhou H W,Wang C P,Han B B,et al.A creep constitutive model for salt rock based on fractional derivatives[J].*International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*,2011,48(1):116-121.

[14] Zhou H W,Wang C P,Mishnaevsky L,et al.A fractional derivative approach to full creep regions in salt rock[J].*Mechanics of Time-Dependent Materials*,2013,17(3):413-425.

[15] Fahimifar A,Tehrani F M,Hedayat A,et al.Analytical solution for the excavation of circular tunnels in a visco-elastic Burger's material under hydrostatic stress field[J].*Tunneling and Underground Space Technology*,2010,25(4):297-304.

[16] Liu Kaiyun,Xue Yongtao,Zhou Hui.Study on 3D nonlinear visco-elastic-plastic creep constitutive model with parameter unsteady of soft rock based on improved Bingham model[J].*Rock and Soil Mechanics*,2018,39(11):4157-4164.[刘开云,薛永涛,周辉.基于改进Bingham模型的软岩参数非定常三维非线性黏弹塑性蠕变本构研究[J].*岩土力学*,2018,39(11):4157-4164.]

[17] Zhang Shuguang,Liu Wenbo,Lv Hongmiao.Creep energy damage model of rock graded loading[J].*Results in Physics*,2019,12:1119-1125.

[18] Cao Wengui,Chen Ke,Tan Xin,et al.A novel damage-based creep model considering the complete creep process and multiple stress levels[J].*Computers and Geotechnics*,2020,124:103599.

[19] Sun Xiaoming,Miao Chengyu,Jiang Ming,et al.Experiment-

- al and theoretical study on creep behaviors of sandstone with different moisture contents based on modified Nishihara model[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2021, 40(12): 2411–2420. [孙晓明, 缪澄宇, 姜铭, 等. 基于改进西原模型的不同含水率砂岩蠕变实验及理论研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2021, 40(12): 2411–2420.]
- [20] He Qingchuan, Wu Fei, Gao Renbo. Nonlinear creep-damage constitutive model of surrounding rock in salt cavern reservoir[J]. *Journal of Energy Storage*, 2022, 55: 105520.
- [21] Wang You, Lu Xiaoyu, Zhai Guoliang. Non-stationary creep model for rock based on Nishihara model[J]. *Science Technology and Engineering*, 2022, 22(2): 676–682. [王游, 卢小雨, 翟国良. 基于西原体模型的非定常岩石蠕变模型[J]. *科学技术与工程*, 2022, 22(2): 676–682.]
- [22] Wang Chunping, Chen Liang, Liang Jiawei, et al. Creep constitutive model for full creep process of granite considering thermal effect[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(9): 2493–2500. [王春萍, 陈亮, 梁家玮, 等. 考虑温度影响的花岗岩蠕变全过程本构模型研究[J]. *岩土力学*, 2014, 35(9): 2493–2500.]
- [23] Wang Qihu, Ye Yicheng, Liu Yanzhang, et al. Constitutive model of rock creep process considering initial damage and creep damage[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(Supp1): 57–62. [王其虎, 叶义成, 刘艳章, 等. 考虑初始损伤和蠕变损伤的岩石蠕变全过程本构模型[J]. *岩土力学*, 2016, 37(增刊1): 57–62.]
- [24] Cao Shugang, Bian Jin, Li Peng, et al. Rheologic constitutive relationship of rocks and a modified model[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(5): 632–634. [曹树刚, 边金, 李鹏, 等. 岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, 21(5): 632–634.]
- [25] Cao Ping, Liu Yeke, Pu Chengzhi, et al. An improved accelerated creep mechanical model of viscoelasto-plastic rock[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2011, 42(1): 142–146. [曹平, 刘业科, 蒲成志, 等. 一种改进的岩石黏弹塑性加速蠕变力学模型[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2011, 42(1): 142–146.]
- [26] Jin Lei, Xia Caichu. Study methods for creep damage in theoretical rheological models and some problems[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(Supp1): 3006–3014. [金磊, 夏才初. 理论流变力学模型中蠕变损伤的研究方法与问题[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(增刊1): 3006–3014.]
- [27] Lemaitre J. A course on damage mechanics[M]. 2nd. Berlin: Springer, 1996.
- [28] Yuan Xiaoqing, Liu Hongyan, Liu Jingping. A damaging model of jointed rock under coupled action of freezing and thawing[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015, 34(8): 1602–1611. [袁小清, 刘红岩, 刘京平. 冻融荷载耦合作用下节理岩体损伤本构模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2015, 34(8): 1602–1611.]
- [29] Lemaitre J. Evolution of dissipation and damage in metals submitted to dynamic loading[C]//Proceedings of ICM-1. Kyoto, 1968: 151–157.
- [30] Ma Shuqi, Gutierrez M. A time-dependent creep model for rock based on damage mechanics[J]. *Environmental Earth Sciences*, 2020, 79(19): 466.

## Nonlinear Creep Constitutive Model of Fractured Granite and Its Parameters Analysis

WANG Chunping<sup>1,2,3</sup>, LIU Jianfeng<sup>3</sup>, CHEN Liang<sup>1,2</sup>, LIU Jian<sup>1,2</sup>, ZHAO Xingguang<sup>1,2</sup>, MA Hongsu<sup>1,2</sup>

(1. Beijing Research Inst. of Uranium Geology, Beijing 100029, China; 2. CAEA Innovation Center for Geological Disposal of High-Level Radioactive Waste, Beijing 100029, China; 3. College of Water Resource & Hydropower, Sichuan Univ., Chengdu 610065, China)

**Abstract:** The creep behavior of fractured granite is crucial for the long-term stability and safety of high-level radioactive waste disposal repositories. This study proposes a damaged elastic-visco-plastic model, considering the effect of stress-induced damage accumulation during the creep process. The model replaces the Newtonian element with a fractional derivative viscoelastic element and the classical viscoelastic body with a damaged elastic-visco-plastic body within the Burgers model framework. Consequently, a new nonlinear creep constitutive model and its corresponding 3D creep equation for fractured granite are established. The model parameters and their variations with stress levels are determined by fitting the experimental creep results of granite samples with fractures inclined at 30 and 45 degrees under varying stress conditions. Additionally, the suitability and rationality of the creep model are verified. A sensitivity study is conducted to examine the impacts of the fractional derivative order, damage factor, and stress level on the creep strain of fractured granite. The findings suggest that in specific cases, the nonlinear creep constitutive model can be simplified to the classical Burgers model. Importantly, the proposed model accurately describes the three stages of the creep failure process, particularly highlighting the nonlinear characteristics of creep strain in the accelerated stage.

**Key words:** fractured granite; creep; nonlinear model; fractional derivative; parameter analysis

(编辑 李轶楠)

引用格式: Wang Chunping, Liu Jianfeng, Chen Liang, et al. Nonlinear creep constitutive model of fractured granite and its parameters analysis[J]. *Advanced Engineering Sciences*, 2024, 56(4): 141–149. [王春萍, 刘建锋, 陈亮, 等. 裂隙花岗岩非线性蠕变本构模型及参数分析[J]. *工程科学与技术*, 2024, 56(4): 141–149.]