

• 机械工程 •

DOI:10.15961/j.jsuese.202201078



本刊网刊

# 基于多峰优化Kriging模型与距离相关系数的高速列车动力学参数多输出灵敏度分析

姜杰, 杨旭锋\*, 丁国富

(西南交通大学机械工程学院, 四川成都 610031)

**摘要:** 高速列车动力学参数较多, 有多个动力学性能的评价指标。综合考虑这些动力学指标进行参数灵敏度分析, 对高速列车动力学参数的恰当匹配具有重要意义。现有的单输出灵敏度分析技术难以准确度量参数对车辆动力学综合性能的影响。为避免这一缺陷, 本文引入了一种新的基于距离相关系数的多输出灵敏度分析技术。该方法通过求解单个输入与多个输出变量之间的距离相关系数, 实现多输出全局灵敏度分析的目的。为提高灵敏度分析的效率, 建立了多个动力学指标与输入参数的Kriging模型; 为提高近似模型的精度, 引入了一种新颖的多峰优化算法对Kriging模型的超参数进行全局寻优。与传统单目标智能优化算法不同, 该优化算法通过引入种群差异指标, 将单目标优化问题转化为双目标优化问题, 从而增加了子代种群的多样性, 避免了传统优化算法易于陷入局部最优解的问题。基于所提方法, 以和谐号动车组动车为例, 研究了多个动力学指标的多输出全局灵敏度。结果表明: 由于增强了种群多样性, 所提的超参数优化方法对Kriging模型精度和稳定性提升效果明显; 基于距离相关系数的灵敏度分析方法能够更加合理地识别出对车辆动力学综合性能影响较大的参数, 排除几乎没有影响的参数。

**关键词:** 演化的多模优化; Kriging模型; 多输出灵敏度分析; 距离相关系数

中图分类号: TB114.3

文献标志码: A

文章编号: 2096-3246(2024)04-0250-11

近年来, 高速列车取得了快速发展, 已经成为中国交通实力的象征。高速列车的运行速度快、服役环境复杂, 使得高速列车设计参数与其动力学性能的匹配愈发重要。通过灵敏度分析, 筛选出对列车动力学性能影响较大的参数、排除影响小的参数, 对动力学参数的恰当匹配具有重要意义。

灵敏度分析分为局部灵敏度和全局灵敏度。局部灵敏度仅能反映参数在名义值附近小范围波动的影响程度, 而全局灵敏度可以给出参数整个定义域内的敏感信息。因此, 对于复杂工程问题的参数敏感性分析, 常常采用全局灵敏度分析技术。近年来, 国内外学者研究了多种全局灵敏度分析技术。常见的有基于方差的全局灵敏度方法<sup>[1-2]</sup>和矩独立灵敏度方法<sup>[3]</sup>, 其中, 基于方差的全局灵敏度分析技术在工程

界得到了广泛应用。周长聪等<sup>[4-5]</sup>分析了机械参数对飞机起落架各个失效模式的全局灵敏度, 以及飞机舱门泄压阀机构参数对其定位精度的灵敏度; 吕大刚等<sup>[6]</sup>分析了钢筋混凝土框架结构参数的承载能力全局灵敏度。在轨道车辆领域, 基于方差的全局灵敏度分析技术也逐渐得到了应用。陈秉智等<sup>[7]</sup>分析了轨道车辆前端吸能结构参数对其总吸能量和接触力峰值响应的全局灵敏度; 李双等<sup>[8]</sup>研究了悬挂参数随机性对轨道车辆平稳性的全局灵敏度; 肖乾等<sup>[9]</sup>开展了车辆-轨道耦合作用下高速列车车轮振动影响灵敏度分析; 周生通等<sup>[10]</sup>研究了跨座式单轨车辆随机平稳性的参数灵敏度。

尽管如此, 全局灵敏度分析仍然存在一些亟待解决的问题。首先, 工程领域灵敏度分析集中在输入

收稿日期: 2022-10-06 修回日期: 2022-11-25 网络出版日期: 2022-12-10

基金项目: 国家重点研发计划项目(2020YFB1711400; 2022YFB4301303); 四川省科技厅重点研发项目(2021YFG0178)

作者简介: 姜杰(1987—), 男, 博士生。研究方向: 复杂机电产品参数灵敏度分析与多学科优化。E-mail: jj13688158635@126.com

\*通信作者: 杨旭锋, 副教授, E-mail: xufengyang0322@swjtu.edu.cn

参数对单个输出响应的识别性上。如果存在多个输出响应,当前的普遍做法是分别对每个响应进行单输出灵敏度分析<sup>[7,9,11]</sup>。但是,复杂结构往往存在多个关键输出响应,且各响应之间存在较强相关性。例如,对高速列车动力学响应进行评估时,需要从横向平稳性、脱轨系数、轮重减载率、倾覆系数等多个指标进行考量<sup>[12-13]</sup>。对这些指标分别进行单输出参数灵敏度分析,可能无法真实评估对系统重要与否的参数,而且很可能产生矛盾的结果:参数对某些指标影响较大,对另外一些指标影响较小。从这样的分析结果中难以挖掘出高价值的信息,甚至无法进行决策。为了研究输入参数对多个输出结果的综合灵敏度,近年来,国内外学者提出基于多输出协方差分解的灵敏度方法<sup>[14-15]</sup>和基于距离相关系数(dCor)的灵敏度方法<sup>[16-17]</sup>。但是,这类方法在实际工程中的应用却并不多见。

其次,开展灵敏度分析仍然需要高精度的代理模型技术。全局灵敏度分析需要多次调用CAE软件。因此,研究高精度的代理模型技术对提高全局灵敏度分析的效率具有重要意义。基于灵敏度分析,国内外学者提出了多项式混沌扩展模型<sup>[10,14]</sup>、支持向量机模型<sup>[6,18]</sup>、Kriging模型<sup>[19]</sup>等。其中,Kriging模型因其不受限于问题的非线性程度且在处理少样本问题具有较高精度的优势,在模型近似领域得到了广泛应用<sup>[20]</sup>。但是,Kriging模型的精度常常受到超参数优化的影响——全局优化的超参数能够较大程度提高Kriging模型的精度<sup>[21]</sup>。近年来,国内外学者均开展了有关Kriging模型超参数优化的研究,从而提出了差分进化算法<sup>[22]</sup>、贪心算法<sup>[23]</sup>、粒子群算法<sup>[24]</sup>、遗传算法(GA)<sup>[25-26]</sup>等多种超参数寻优技术。但是,随着目标函数复杂性和变量维度的增加,传统的演化算法常常面临在有限迭代次数、有限种群数量范围内陷入“局部最优”的问题。以GA为例,其容易发生种群早熟收敛问题,主要表现在群体中的所有个体都趋于同一状态而停止进化<sup>[27-28]</sup>。随着样本数量的增加,Kriging模型的似然函数程序有较强的多峰性<sup>[29]</sup>,存在多个局部最优解,这使得传统的演化算法仍旧难以使Kriging模型获取最佳的预测性能。

本文拟开展高速列车动力学参数多输出全局灵敏度分析。为了提高动力学参数与动力学输出指标之间的近似精度,本文采用一种演化的多峰优化算法进行Kriging模型的超参数寻优。该算法通过引入种群差异化指标,将单目标超参数优化问题转化为双目标优化问题,从而显著提高种群的多样性,帮助种群从一个波峰跨入另一个波峰。而后,引入基于dCor的灵敏度方法,研究多个动力学参数对多个动

力学指标的多输出全局灵敏度。

## 1 基于距离相关系数的全局灵敏度分析

Székely等<sup>[17]</sup>最早提出了距离相关系数(dCor)用于度量任意两个随机向量之间的相关性,da Veiga<sup>[16]</sup>首次将其应用于全局灵敏度分析。给定随机向量 $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ 和 $\mathbf{Y} = [Y_1, Y_2, \dots, Y_q]$ , $p$ 和 $q$ 分别为向量 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 的维度,定义 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 之间的距离协方差 $d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 为:

$$d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \int \|\phi_{\mathbf{X}, \mathbf{Y}}(\mathbf{t}, \mathbf{s}) - \phi_{\mathbf{X}}(\mathbf{t})\phi_{\mathbf{Y}}(\mathbf{s})\|^2 \omega(\mathbf{t}, \mathbf{s}) d\mathbf{t} d\mathbf{s} \quad (1)$$

式中, $\phi_{\mathbf{X}}(\mathbf{t})$ 和 $\phi_{\mathbf{Y}}(\mathbf{s})$ 分别为随机变量 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 的特征函数, $\phi_{\mathbf{X}, \mathbf{Y}}(\mathbf{t}, \mathbf{s})$ 为 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 的联合特征函数, $\mathbf{t}$ 和 $\mathbf{s}$ 为特征函数的参数, $\|\cdot\|$ 为 $L_2$ 范数, $\omega(\mathbf{t}, \mathbf{s})$ 为 $\mathbf{t}$ 和 $\mathbf{s}$ 的权重。可见 $d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 表征了两个随机向量特征函数的加权 $L_2$ 范数。 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 的距离相关性系数 $d_{\text{Cor}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 定义为:

$$d_{\text{Cor}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})}{\sqrt{d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{X})d_{\text{Cov}}(\mathbf{Y}, \mathbf{Y})}} \quad (2)$$

由文献<sup>[17]</sup>可知: $d_{\text{Cor}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 的值域为 $[0, 1]$ ,其值越大, $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 相关性越强;当且仅当 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 相互独立时, $d_{\text{Cor}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = 0$ 。为了方便计算,常将 $d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 表达成如下的期望形式:

$$d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = E_{\mathbf{X}, \mathbf{X}', \mathbf{Y}, \mathbf{Y}'} (\|\mathbf{X} - \mathbf{X}'\| \|\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\|) + E_{\mathbf{X}, \mathbf{X}'} (\|\mathbf{X} - \mathbf{X}'\|) E_{\mathbf{Y}, \mathbf{Y}'} (\|\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\|) - 2E_{\mathbf{X}, \mathbf{Y}} (E_{\mathbf{X}'} (\|\mathbf{X} - \mathbf{X}'\|) E_{\mathbf{Y}'} (\|\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\|)) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{X}'$ 为与 $\mathbf{X}$ 独立同分布的变量; $\mathbf{Y}'$ 为与 $\mathbf{Y}$ 独立同分布的变量;以 $E_{\mathbf{X}, \mathbf{X}', \mathbf{Y}, \mathbf{Y}'} (\|\mathbf{X} - \mathbf{X}'\| \|\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\|)$ 为例, $E_{\mathbf{X}, \mathbf{X}', \mathbf{Y}, \mathbf{Y}'} (\|\mathbf{X} - \mathbf{X}'\| \|\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\|)$ 为关于 $\mathbf{X}$ 、 $\mathbf{Y}$ 、 $\mathbf{X}'$ 、 $\mathbf{Y}'$ 的期望算子对 $\|\mathbf{X} - \mathbf{X}'\| \|\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\|$ 期望。

抽取随机样本 $\mathbf{x}_{\text{dc}} = [\mathbf{x}_{\text{dc}}^1, \mathbf{x}_{\text{dc}}^2, \dots, \mathbf{x}_{\text{dc}}^{N_{\text{dc}}}]^T$ , $\mathbf{x}_{\text{dc}}^i$ 为大小为 $p \times 1$ 的向量, $N_{\text{dc}}$ 为随机样本的数目,计算输出响应 $\mathbf{y}_{\text{dc}} = [Y_1, Y_2, \dots, Y_q]$ 。根据这些样本,可将 $d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 估计为:

$$\hat{d}_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{1}{N_{\text{dc}}^2} \sum_{i, j=1}^{N_{\text{dc}}} A_{i, j} B_{i, j} \quad (4)$$

式中, $A_{i, j}$ 、 $B_{i, j}$ 分别为矩阵 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 第 $i$ 行、第 $j$ 列的元素, $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 为大小为 $N_{\text{dc}} \times N_{\text{dc}}$ 的矩阵, $A_{i, j}$ 与 $B_{i, j}$ 的详细表达式参考文献<sup>[16]</sup>。将式(4)中的 $B_{i, j}$ 替换为 $A_{i, j}$ ,则可以得到 $d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{X})$ 的估计值 $\hat{d}_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{X})$ ;将式(4)中的 $A_{i, j}$ 替换为 $B_{i, j}$ ,则可以得到 $d_{\text{Cov}}(\mathbf{Y}, \mathbf{Y})$ 的估计值 $\hat{d}_{\text{Cov}}(\mathbf{Y}, \mathbf{Y})$ 。如此可得 $d_{\text{Cor}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 的一个估计:

$$\hat{d}_{\text{Cor}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{\hat{d}_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})}{\sqrt{\hat{d}_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{X})\hat{d}_{\text{Cov}}(\mathbf{Y}, \mathbf{Y})}} \quad (5)$$

单个变量 $X_m$ 与输出 $Y_n$ 之间的距离相关性越强,表示 $X_m$ 对 $Y_n$ 的影响越大。因此,单个变量 $X_m$ 对单个

输出  $Y_n$  的灵敏度定义为:

$$S_{m,n}^{\text{dCor}} = d_{\text{Cor}}(X_m, Y_n) \quad (6)$$

另外, dCor并不受限于输入和输出的维度。因此, 变量  $X_m$  对所有输出  $\mathbf{Y}$  的灵敏度可以直接定义为:

$$S_m^{\text{dCor}} = d_{\text{Cor}}(X_m, \mathbf{Y}) \quad (7)$$

方差灵敏度需要计算某个(某些)变量被固定后, 输出变量方差变化的期望, 而方差变化的期望需要大量的随机样本方能给出稳定的估计。dCor采用了完全不同的方案——输入变量与输出变量之间的距离协方差表征灵敏度。研究发现, 采用dCor技术进行灵敏度分析时, 所需的仿真样本数目远小于方差灵敏度技术<sup>[16,30-31]</sup>。这也是本文选择dCor进行全局灵敏度分析的原因。

## 2 多峰优化算法改进的Kriging模型

计算dCor灵敏度指标需要大量计算目标函数。轨道车辆动力学指标的计算往往需要调用多体动力学软件。因此, 需要借助理模型建立输入参数与输出结果之间的近似关系。此时, 高精度的代理模型技术对灵敏度分析的结果具有重要影响。

### 2.1 Kriging模型基本理论

假设目标输出为  $Y(\mathbf{x})$ , 其中  $\mathbf{x}$  为输入向量。Kriging模型采用高斯过程来描述  $Y(\mathbf{x})$ <sup>[32]</sup>:

$$Y(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + \epsilon(\mathbf{x}) \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  为回归模型的基函数向量;  $\boldsymbol{\beta}$  为回归系数向量;  $\epsilon(\mathbf{x})$  为均值为0、方差为  $\sigma^2$  的高斯过程, 其自相关函数  $E[\epsilon(\mathbf{x}), \epsilon(\mathbf{x}')] = \sigma^2 R_{\text{xx}}(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, \boldsymbol{\theta})$  为:

$$E[\epsilon(\mathbf{x}), \epsilon(\mathbf{x}')] = \sigma^2 R_{\text{xx}}(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, \boldsymbol{\theta}) \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{x}'$  为与  $\mathbf{x}$  独立同分布的变量;  $R_{\text{xx}}(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, \boldsymbol{\theta})$  为参数为  $\boldsymbol{\theta}$  的相关函数, 它描述了点  $\mathbf{x}$  与点  $\mathbf{x}'$  之间的相关性。

Kriging模型的超参数为  $\{\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \boldsymbol{\theta}\}$ 。给定一个训练集: 输入为  $\mathbf{X}_{\text{train}}$ ,  $\mathbf{X}_{\text{train}} = [\mathbf{x}_{\text{train}}^1, \mathbf{x}_{\text{train}}^2, \dots, \mathbf{x}_{\text{train}}^p]^T$ ; 输出为  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{g} = Y(\mathbf{X}_{\text{train}})$ , 可以对超参数进行估计。其中, 参数  $\boldsymbol{\beta}$  可以采用最小二乘法进行估计, 即:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{g} \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{F}$  为训练点位置基函数的值;  $\mathbf{R}$  为  $p$  阶方阵,  $\mathbf{R}$  的元素为  $R_{ij}$ , 且有  $R_{ij} = R_{\text{xx}}(\|\mathbf{x}_{\text{train}}^i - \mathbf{x}_{\text{train}}^j\|, \boldsymbol{\theta})$ 。

高斯过程的方差  $\sigma^2$  估计  $\hat{\sigma}^2$  为:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{p} (\mathbf{g} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{g} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (11)$$

参数  $\boldsymbol{\theta}$  的估计值  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  需要通过最大似然估计方法得到。这就需要求解下面的优化问题:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} (\log L(\boldsymbol{\theta})) \quad (12)$$

式中,  $\log L(\boldsymbol{\theta})$  为对数似然函数, 且有:

$$\log L(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{1}{2} \left[ \ln(|\mathbf{R}|) + p \ln(2\pi\sigma^2) + p \right] \quad (13)$$

完成超参数的估计, 即可建立Kriging模型。在未知点处, Kriging模型  $\text{GP}(\mathbf{x}|\mathbf{X}_{\text{train}}, \mathbf{g}) \sim \text{N}(\mu_Y(\mathbf{x}), \sigma_Y^2(\mathbf{x}))$ , 即模型预测值符合均值为  $\mu_Y(\mathbf{x})$ 、方差为  $\sigma_Y^2(\mathbf{x})$  的正态分布。预测均值和方差分别为:

$$\mu_Y(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{g} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (14)$$

$$\sigma_Y^2(\mathbf{x}) = \hat{\sigma}^2 [1 + \mathbf{h}^T (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{h} - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}] \quad (15)$$

式(14)~(15)中:  $\mathbf{r}$  为  $p \times 1$  的向量, 其第  $m$  个元素  $r_m = R_{\text{xx}}(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{train}}^m\|, \boldsymbol{\theta})$ ;  $\mathbf{h}$  为中间变量, 且有  $\mathbf{h} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}$ 。

### 2.2 基于多峰优化算法的似然函数优化

随着目标函数复杂性和变量维度的增加, 传统的演化算法常常面临在有限迭代次数、有限种群数量范围内陷入“局部最优”的问题。随着样本数量的增加, Kriging模型的似然函数呈现较强的多峰性, 存在多个局部最优解<sup>[29]</sup>。传统的演化算法, 例如GA、差分进化算法等难以使Kriging模型获取最佳的预测性能。因此, 本文采用多峰优化算法(EMO-MMO)<sup>[33]</sup>对似然函数进行全局寻优。

EMO-MMO算法通过引入种群差异指标  $d(\boldsymbol{\theta})$ , 将单目标优化问题转化为双目标优化问题。

$$\max F(\boldsymbol{\theta}) = (\log L(\boldsymbol{\theta}), d(\boldsymbol{\theta})) \quad (16)$$

式中,  $F(\boldsymbol{\theta})$  为双目标函数。

通过多目标优化算法(如NSGA-II)求解  $F(\boldsymbol{\theta})$  的Pareto前沿, 即可获得兼顾目标函数  $\log L(\boldsymbol{\theta})$  最优与种群差异性  $d(\boldsymbol{\theta})$  最大的解集。这一思路成功的关键在于  $d(\boldsymbol{\theta})$  函数的构造。受“小生境”算法的启发, EMO-MMO算法将  $d(\boldsymbol{\theta})$  定义为点  $\boldsymbol{\theta}$  所在小生境的拥挤程度。

在当前迭代次数  $t \in \{1, 2, \dots, t_{\text{max}}\}$ , 记种群内的解集为  $[\boldsymbol{\theta}_{t,1}, \boldsymbol{\theta}_{t,2}, \dots, \boldsymbol{\theta}_{t,N}]$ ,  $N$  为候选解的数量。为统一变量尺度, EMO-MMO将每一代的种群进行了归一化处理:

$$\boldsymbol{\theta}'_{t,k} = \left[ (N-1) \times \left( \frac{\boldsymbol{\theta}_{t,k} - \boldsymbol{\theta}_{t,\min}}{\boldsymbol{\theta}_{t,\max} - \boldsymbol{\theta}_{t,\min}} \right) \right] + 1 \quad (17)$$

式中,  $\boldsymbol{\theta}'_{t,k}$  为归一化后的解,  $\boldsymbol{\theta}_{t,\min}$  和  $\boldsymbol{\theta}_{t,\max}$  为当前种群内候选解的最小、最大值。定义小生境半径  $\delta_t$ :

$$\delta_t = \left( 1 - \frac{t-1}{t_{\text{max}}} \right) \times \max_{k \in \{1, 2, \dots, N\}} \left( \min_{k' \neq k, k' \in \{1, 2, \dots, N\}} \|\boldsymbol{\theta}'_{t,i} - \boldsymbol{\theta}'_{t,j}\|_1 \right) \quad (18)$$

式中,  $\|\boldsymbol{\theta}'_{t,k} - \boldsymbol{\theta}'_{t,k'}\|_1$  为解  $\boldsymbol{\theta}'_{t,i}$  和  $\boldsymbol{\theta}'_{t,j}$  之间的曼哈顿距离(即向量的  $L_1$  范数)。

将 $\theta$ 也按照式(17)进行归一化,归一化后的变量记为 $\theta'$ 。以当前点 $\theta'$ 为中心,所有与 $\theta'$ 之间的曼哈顿距离小于 $\delta_t$ 的解,构成 $\theta'$ 的小生境 $K_t$ :

$$K_t = \{\theta'_{i,k'} : \|\theta' - \theta'_{i,k'}\|_1 < \delta_t\}, k' \in [1, 2, \dots, N] \quad (19)$$

则 $d(\theta)$ 定义为:

$$d(\theta) = \frac{1}{\delta_t} \left( \sum_{k \in K_t} \|\theta' - \theta'_{i,k}\|_1 \right) - |K_t| \quad (20)$$

式中, $|K_t|$ 为小生境 $K_t$ 中解的数目。

从式(20)可以看到,如果点 $\theta$ 所在的小生境内的候选解越少,或者该点与所有候选解的总距离越大,即该区域内种群更加稀疏,则 $d(\theta)$ 越大。如此,对式(16)进行双目标优化,子代的种群将会被吸引到这个种群稀疏的区域,就保证了解的多样性,使后代有更大的概率从一个波峰跨入另一个波峰。在进化初期,解集更加分散;在进化后期,解集逐渐收敛而聚集在最优解附近。因此,EMO-MMO的小生境半径 $\delta_t$ 是随着代数 $t$ 逐渐减小的。而且, $\delta_t$ 的大小是根据当前种群的分散程度自适应评估的,这就避免了常规小生境算法的复杂调参过程。

### 2.3 EMO-K算法流程

方便起见,将采用EMO-MMO算法优化似然函数的Kriging模型,记为EMO-K,其算法流程如算法1所示。

算法1 EMO-K的伪代码

输入:训练集 $(\mathbf{X}_{\text{train}}, \mathbf{g})$ ,基函数向量 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ ,相关函数 $\mathbf{R}_{xx}$ ;EMO-MMO种群数量 $N$ ,总迭代步数 $t_{\text{max}}$ 。

输出:Kriging模型 $\text{GP}(\mathbf{x}|\mathbf{X}_{\text{train}}, \mathbf{g})$ 。

步骤1:计算基函数向量 $\mathbf{F}$ ,样本相关矩阵 $\mathbf{R}$ ,并根据式(13)建立其似然函数 $\log L(\theta)$ 。

步骤2:令 $t=0$ ,在超参数空间中,随机抽取 $\theta$ 的一个种群 $\mathbf{P}_0$ ,将当前种群放入存储器 $\Omega = \mathbf{P}_0$ 。

步骤3:根据公式(18)将种群归一化,并计算当前的小生境半径 $\delta_t$ 。

步骤4:计算种群差异函数 $d(\theta)$ ,构造双目标优化问题 $\mathbf{F}(\theta)$ 。

步骤5:基于多目标优化算法NSGA-II,通过交叉、变异、适应度计算、非支配排序和拥挤度计算,产生新的种群 $\mathbf{P}_{t+1}$ 。存储当前种群至存储器 $\Omega \leftarrow \Omega \cup \mathbf{P}_{t+1}$ 。并令 $t=t+1$ 。

步骤6:重复步骤2~5,直至 $t=t_{\text{max}}$ 。

步骤7:输出 $\Omega$ 内使 $\log L(\theta)$ 取最大值的解,即为最优解 $\hat{\theta}$ 。

步骤8:根据式(10)、(11)计算差参数 $\hat{\beta}$ 和 $\hat{\sigma}^2$ ,完成Kriging模型构建,输出 $\text{GP}(\mathbf{x}|\mathbf{X}_{\text{train}}, \mathbf{g})$ 。

## 3 基于EMO-K的多输出灵敏度求解

采用EMO-K建立随机变量 $\mathbf{X}$ 与各个输出结果 $\mathbf{Y}$ 的Kriging模型之后,即可采用抽样的方法高效计算dCor全局灵敏度指标。同时,需要说明的是,各个输出结果 $\mathbf{Y}$ 之间的相对数值差异对灵敏度分析结果有一定影响。为统一尺寸,对Kriging模型的预测结果进行了归一化处理,归一化方法选取Z-score归一化<sup>[34]</sup>,计算流程如算法2所示。

算法2 基于EMO-K与dCor的多输出灵敏度指标求解伪代码

步骤1:根据参数的分布类型,采用拉丁超立方抽样(LHS)抽取训练样本 $\mathbf{X}_{\text{train}} = [\mathbf{x}_{\text{train}}^1, \mathbf{x}_{\text{train}}^2, \dots, \mathbf{x}_{\text{train}}^p]^T$ ,计算各响应的真实值 $\mathbf{Y}_{\text{train}} = [Y_1(\mathbf{X}_{\text{train}}), Y_2(\mathbf{X}_{\text{train}}), \dots, Y_q(\mathbf{X}_{\text{train}})]$ 。

步骤2:对于第 $n$ ( $n=1, 2, \dots, q$ )个输出,采用训练集 $(\mathbf{X}_{\text{train}}, Y_n(\mathbf{X}_{\text{train}}))$ ,调用算法1建立Kriging模型 $\text{GP}(\mathbf{x}|\mathbf{X}_{\text{train}}, Y_n(\mathbf{X}_{\text{train}}))$ 。

步骤3:对 $\mathbf{X}$ 重新抽取随机样本 $\mathbf{X}_{\text{dc}} = [\mathbf{x}_{\text{dc}}^1, \mathbf{x}_{\text{dc}}^2, \dots, \mathbf{x}_{\text{dc}}^{N_{\text{dc}}}]^T$ ,计算 $A_{i,j}$ 。用 $A_{i,j}$ 替换式(4)中的 $B_{i,j}$ ,计算 $d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}_m, \mathbf{X}_m)$ 。

步骤4:采用第 $n$ 个Kriging模型 $\text{GP}(\mathbf{x}|\mathbf{X}_{\text{train}}, Y_n(\mathbf{X}_{\text{train}}))$ ,预测第 $n$ 个输出,并将预测结果归一化,记为 $\hat{Y}'_n(\mathbf{X}_{\text{dc}})$ 。

步骤5:代入各个响应的预测值 $[\hat{Y}'_1(\mathbf{X}_{\text{dc}}), \hat{Y}'_2(\mathbf{X}_{\text{dc}}), \dots, \hat{Y}'_q(\mathbf{X}_{\text{dc}})]$ ,计算 $B_{i,j}$ 。用 $B_{i,j}$ 替换式(4)中的 $A_{i,j}$ ,计算 $d_{\text{Cov}}(\mathbf{Y}, \mathbf{Y})$ 。

步骤6:代入 $A_{i,j}$ 和 $B_{i,j}$ ,根据式(4),计算 $d_{\text{Cov}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 。

步骤7:根据式(7)估计各个参数的灵敏度 $S_m^{\text{dCor}}$ 。

## 4 高速列车动力学参数多输出全局灵敏度分析

### 4.1 车辆动力学模型

根据车辆动力学理论,基于SIMPACT软件建立了CRH型动车组动车的多体动力学仿真模型,如图1所示。该动力学模型由1个车体、2个枕梁、2个构架、4个轮对、8个转臂轴箱、2个电机、大小齿轮、齿轮箱和电机转子组成。轮轨间的蠕滑力由Kalker非线性蠕滑理论计算得到;然后,通过迭代计算得到钢轨作用于轮对上的横向力和摇头力矩。为了更好地模拟CRH动车组的运行性能,建模时考虑了将车辆横向运动和垂向运动耦合起来的数学模型。

模型坐标系的建立方法如下:以动车组的运行方向为 $x$ 轴(纵向),以平行于轨道平面向右为 $y$ 轴(横向),以垂直轨道平面向下为 $z$ 轴(垂向)。轮轨接触几何关系由SIMPACT软件自带的程序计算,由于弹性

变形的存在, 轮轨接触实际上为接触斑内的面面接触, 所以采用插值方法对其进行处理。

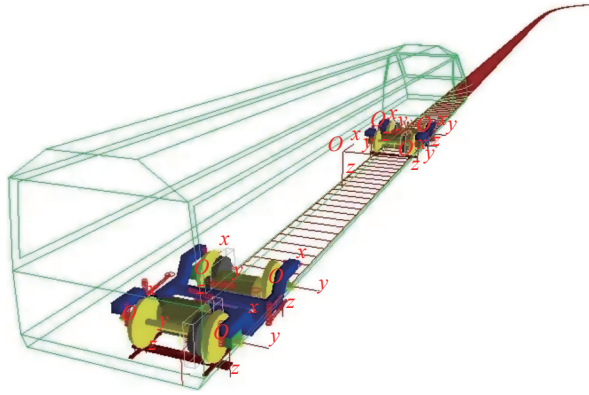


图 1 SIMPACK动力学仿真模型

Fig. 1 Dynamic simulation model by SIMPACK

本文以曲线工况为例进行动车组悬挂参数的全局灵敏度分析。参考《高速铁路设计规范》(TB10621—2014), 曲线工况设置为: 直线长度100 m, 缓和曲线长度为250 m, 圆曲线半径5 000 m, 圆曲线长度为

300 m, 超高120 mm, 运行速度200 km/h。采用京津实测轨道谱作为线路的轨道不平顺激励。动车组的车轮踏面外形采用S1002G踏面, 钢轨采用标准CN60钢轨, 轮对内侧距为1 353 mm, 轨距为1 435 mm, 轨底坡为1:40。

对高速列车的动力学性能进行评估时, 需要同时考虑稳定性、安全性及平稳性。综合这些因素并参考国内标准《200 km/h及以上速度级动车组动力学性能试验鉴定方法及评定标准》, 选取横向平稳性(响应1)、轮轨垂向力(响应2)、垂向平稳性(响应3)、脱轨系数(响应4)、轮重减载率(响应5)、轮轴横向力(响应6)和倾覆系数(响应7)等7项指标进行研究。

选取对这些动力学性能可能有影响的参数进行分析, 表1为动力学参数的设置情况。需要强调的是, 本文开展的灵敏度分析是为动力学性能优化服务的, 因此, 表1中参数的变化范围与优化中的参数设计空间保持一致, 且认定参数在设计空间中中等概率均匀出现。

表 1 动力学参数

Tab. 1 Dynamic parameters

参数	编号	分布类型	下界	上界
一系圆弹簧纵向刚度/(MN·m <sup>-1</sup> )	1	均匀分布	0.80	1.55
一系圆弹簧横向刚度/(MN·m <sup>-1</sup> )	2	均匀分布	0.80	1.60
一系圆弹簧垂向刚度/(MN·m <sup>-1</sup> )	3	均匀分布	1.00	1.50
抗蛇行减振器刚度/(MN·m <sup>-1</sup> )	4	均匀分布	5.00	15.00
抗蛇行减振器卸荷力/(kN)	5	均匀分布	5.00	20.00
抗蛇行减振器卸荷速度/(m·s <sup>-1</sup> )	6	均匀分布	0.01	0.04
一系纵向定位刚度/(MN·m <sup>-1</sup> )	7	均匀分布	8.00	40.00
一系横向定位刚度/(MN·m <sup>-1</sup> )	8	均匀分布	5.00	25.00
二系横向减振器刚度/(MN·m <sup>-1</sup> )	9	均匀分布	5.00	20.00
二系横向减振器阻尼/(N·s·m <sup>-1</sup> )	10	均匀分布	0.60	2.00
一系垂向减振器刚度/(MN·m <sup>-1</sup> )	11	均匀分布	5.00	20.00
一系垂向减振器阻尼/(N·s·m <sup>-1</sup> )	12	均匀分布	0.80	3.00
二系横向止挡刚度/(MN·m <sup>-1</sup> )	13	均匀分布	1.50	4.00
空气弹簧纵向刚度/(kN·m <sup>-1</sup> )	14	均匀分布	0.10	0.40
空气弹簧横向刚度/(kN·m <sup>-1</sup> )	15	均匀分布	0.10	0.40

#### 4.2 多峰优化的Kriging模型性能评估

采用拉丁超立方抽样, 在参数空间中抽取100组样本点 $X$ , 调用SIMPACK软件, 进行100次多体动力学仿真分析, 提取100组动力学响应指标。前90组样本作为训练点, 后10组样本作为验证点。分别对7个动力学指标建立7个Kriging模型。近似模型精度评价指标为决定系数 $R^2$ 与标准化均方根误差 $S_{\text{NRMSE}}$ <sup>[31]</sup>, 其表达式分别为:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{l=1}^{N_{\text{val}}} (y_l - \hat{y}_l)^2}{\sum_{l=1}^{N_{\text{val}}} (y_l - \bar{y})^2} \quad (21)$$

$$S_{\text{NRMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^{N_{\text{val}}} \left( \frac{y_l - \hat{y}_l}{y_l} \right)^2}{N_{\text{val}}}} \quad (22)$$

式(21)~(22)中,  $y_l$ 和 $\hat{y}_l$ 分别为第 $l$ ( $l=1, 2, \dots, N_{\text{val}}$ )

个验证点位置的响应值和预测值,  $\bar{y}$  为  $N_{val}$  个验证点位置响应值的平均值。 $S_{NRMSSE}$  值越接近于0,  $R^2$  值越接近于1, 代表近似模型越精确。

将本文的EMO-K与目前常用的GA优化的Kriging模型(GA-K)及基于DACE工具箱的Kriging模型(DACE-K)进行对比。3种方法Kriging模型的多项式基函数均为一次多项式, 相关函数均选用高斯相关函数, 其训练点和验证点均相同。EMO-K和GA-K的搜寻空间、种群数量、迭代次数、目标函数计算次数

表2 不同方法对各动力学指标的预测性能

Tab. 2 Comparison of different methods on prediction of dynamic indexes

响应编号	EMO-K				GA-K				DACE-K	
	$R^2$ 均值	$R^2$ 标准差/ $10^{-2}$	$S_{NRMSSE}$ 均值	$S_{NRMSSE}$ 标准差/ $10^{-2}$	$R^2$ 均值	$R^2$ 标准差/ $10^{-2}$	$S_{NRMSSE}$ 均值	$S_{NRMSSE}$ 标准差/ $10^{-2}$	$R^2$	$S_{NRMSSE}$
1	0.973	0.87	0.011	0.16	0.946	6.92	0.014	0.75	0.854	0.026
2	0.949	0.09	0.005	0.00	0.935	2.03	0.005	0.08	0.940	0.005
3	0.973	0.89	0.001	0.02	0.968	0.93	0.001	0.02	0.960	0.001
4	0.772	8.00	0.118	3.54	0.567	36.00	0.139	4.66	0.412	0.165
5	0.953	0.83	0.027	0.18	0.949	1.53	0.027	0.42	0.960	0.023
6	0.932	0.19	0.035	0.07	0.835	35.00	0.049	3.84	0.494	0.105
7	0.896	1.44	0.016	0.11	0.896	2.10	0.016	0.16	0.910	0.015

图2和3分别为EMO-K与GA-K两种方法对7个动力学指标预测结果的 $R^2$ 值和 $S_{NRMSSE}$ 值的分布。

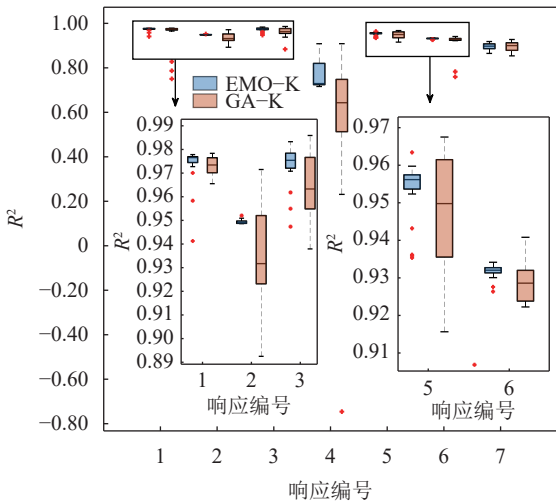


图2 Kriging模型对各动力学指标预测的 $R^2$ 值

Fig. 2 Prediction performance of Kriging model measured by  $R^2$  for dynamic indexes

由表2和图2、3可以发现, 对于7个响应指标, EMO-K的预测性能分散程度均更低, 且平均预测性能均好于GA-K, 尤其对于脱轨系数(响应4)、轮轴横向力(响应6)效果更为明显。综合来看, 所提方法在精度和稳定性方面均具有明显优势。

等参数均保持一致, 由于EMO-MMO算法与GA算法均有一定随机性, 这两种方法均独立执行20次。DACE-K采用确定性梯度优化算法, 因此仅运行一次。

表2为3种方法对7个动力学指标预测结果的 $R^2$ 值和 $S_{NRMSSE}$ 值。由表2可知, DACE-K除了轮重减载率(响应5)和倾覆系数(响应7)的预测性能稍微好于EMO-K外, 多个响应位置均出现了精度较低的情况, 对此后续只进行EMO-K与GA-K的比较。

图4为10个训练点位置EMO-K与GA-K的预测结果, EMO-K在横向平稳性(响应1)和脱轨系数(响应4)上的拟合性能更好, 也可以证明所提方法的优越性。

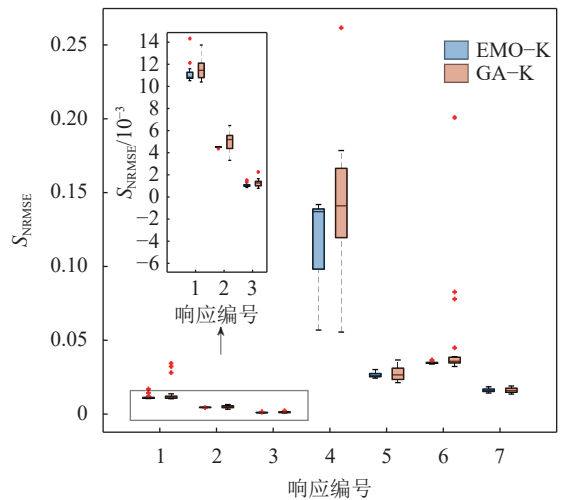


图3 Kriging模型对各动力学指标预测的标准化均方根误差

Fig. 3 Prediction performance of Kriging model measured by  $S_{NRMSSE}$  for dynamic indexes

图5为两种方法在训练过程中似然函数的优化历程。可以看到, 对于7个响应, EMO-MMO算法对似然函数的优化性能显著好于GA, 这也是EMO-K的预测性能好于GA-K的原因。

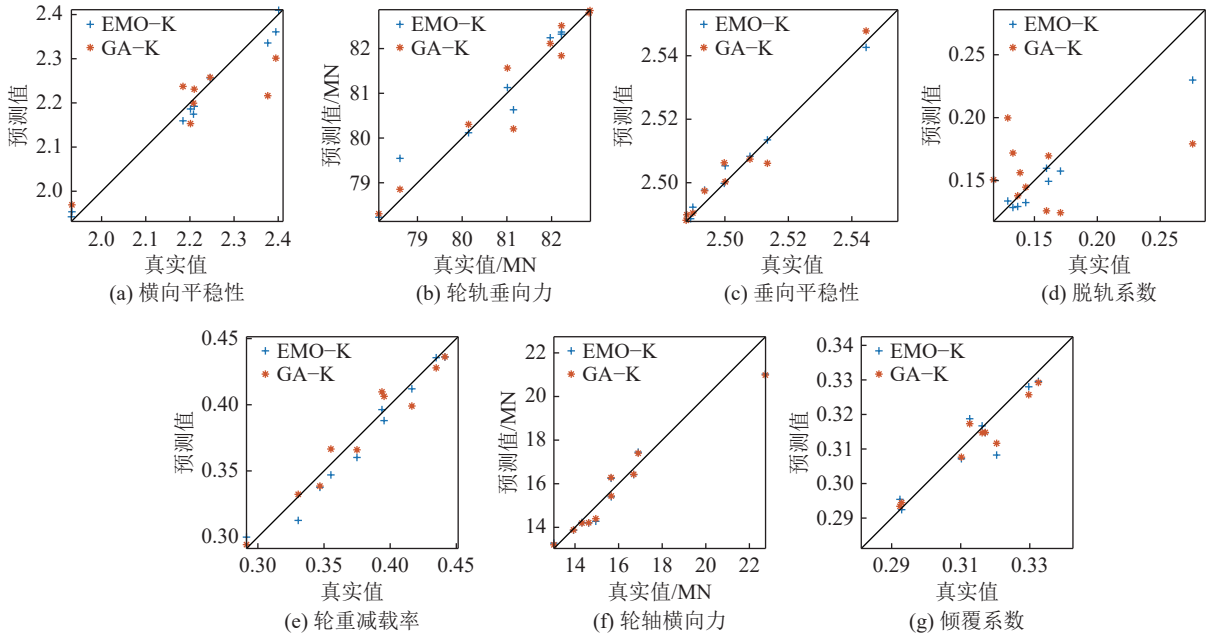


图 4 验证点位置Kriging模型的预测结果

Fig. 4 Prediction results of Kriging model at validation points

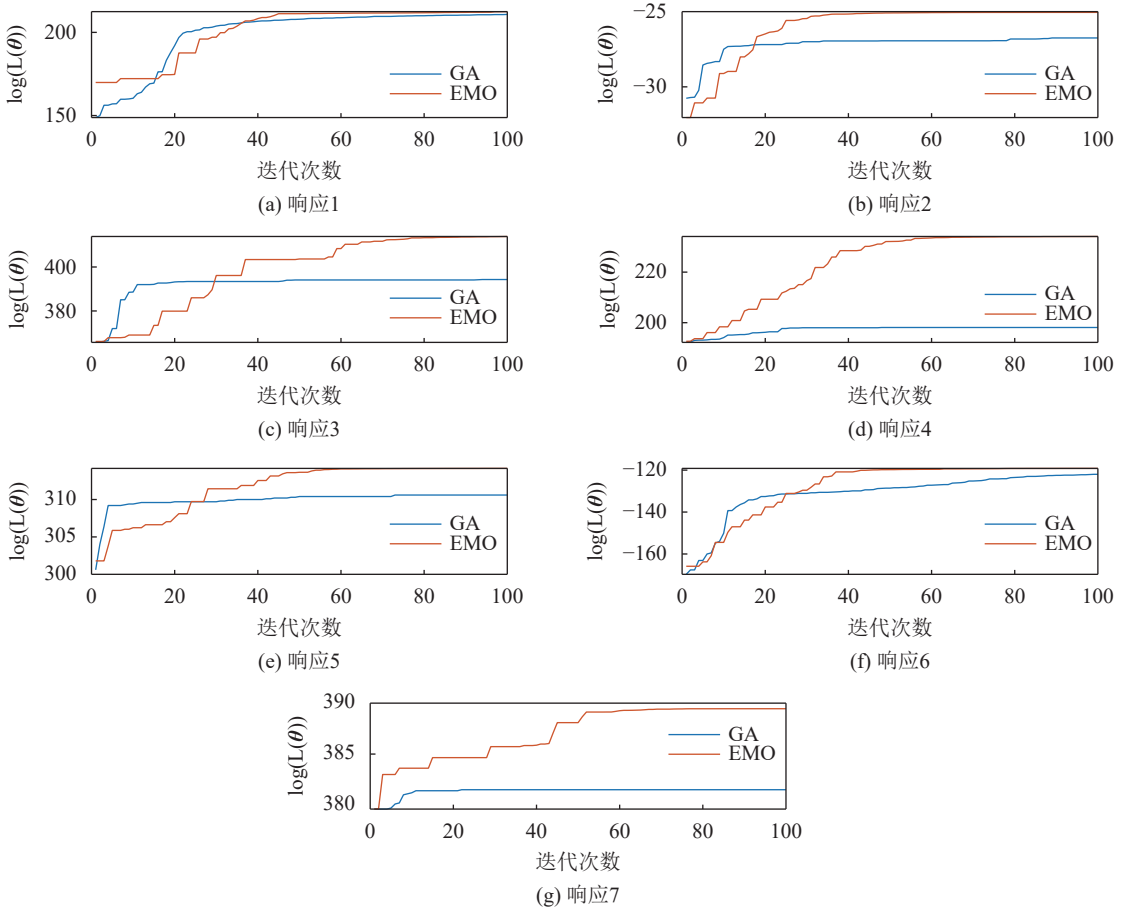


图 5 Kriging模型似然函数优化过程

Fig. 5 Optimization process of Kriging likelihood function

4.3 基于距离相关系数的全局灵敏度分析

由图2和3可知, 在最优状态下, EMO-K对7个动

力学指标的预测结果的决定系数 $R^2$ 均超过了0.9, 标

准化均方根误差 $S_{NRMSE}$ 均在6%以内, 模型近似精度

较高。为进一步提高精度,将100组仿真样本全部作为训练点,采用EMO-K方法重新建立Kriging模型,多次运行使似然函数达到全局最优,以此最优Kriging模型进行全局灵敏度分析。

基于dCor与EMO-K模型,同时考虑7个动力学指标,对表2中的关键参数进行多输出灵敏度分析。用于dCor灵敏度估计的样本量设置为1000。考虑到随机性的存在,特进行20次计算。图6为15个参数灵敏度 $S_m^{dCor}$ 的20次估计的均值和变异性。由图6可知:一系垂向减振器阻尼(参数12)对系统的动力学综合性能影响最大;其次为空气弹簧横向刚度(参数15)、抗蛇行减振器卸荷力(参数4)与抗蛇行减振器卸荷速度(参数5);一系圆弹簧纵向刚度(参数1)、一系圆弹簧横向刚度(参数2)、一系横向定位刚度(参数8)、二系横向减振器刚度(参数9)、二系横向止挡刚度(参数13)、空气弹簧纵向刚度(参数14)这6个参数对动力学性能的影响较小,在进行动力学性能优化时,可以忽略这些参数的影响。

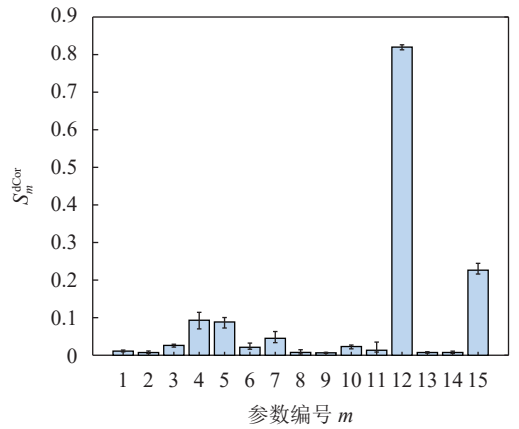


图6 动力学参数对所有响应的全局灵敏度

Fig. 6 Multivariate global sensitivity of parameters for all dynamic responses

为进一步探究各参数灵敏对动力学综合性能影响的原因,分别对各个参数变量对单个动力学响应指标的单输出灵敏度( $S_{m,n}^{dCor}$ ,  $n$ 为响应编号)进行了计算。图7为计算结果。

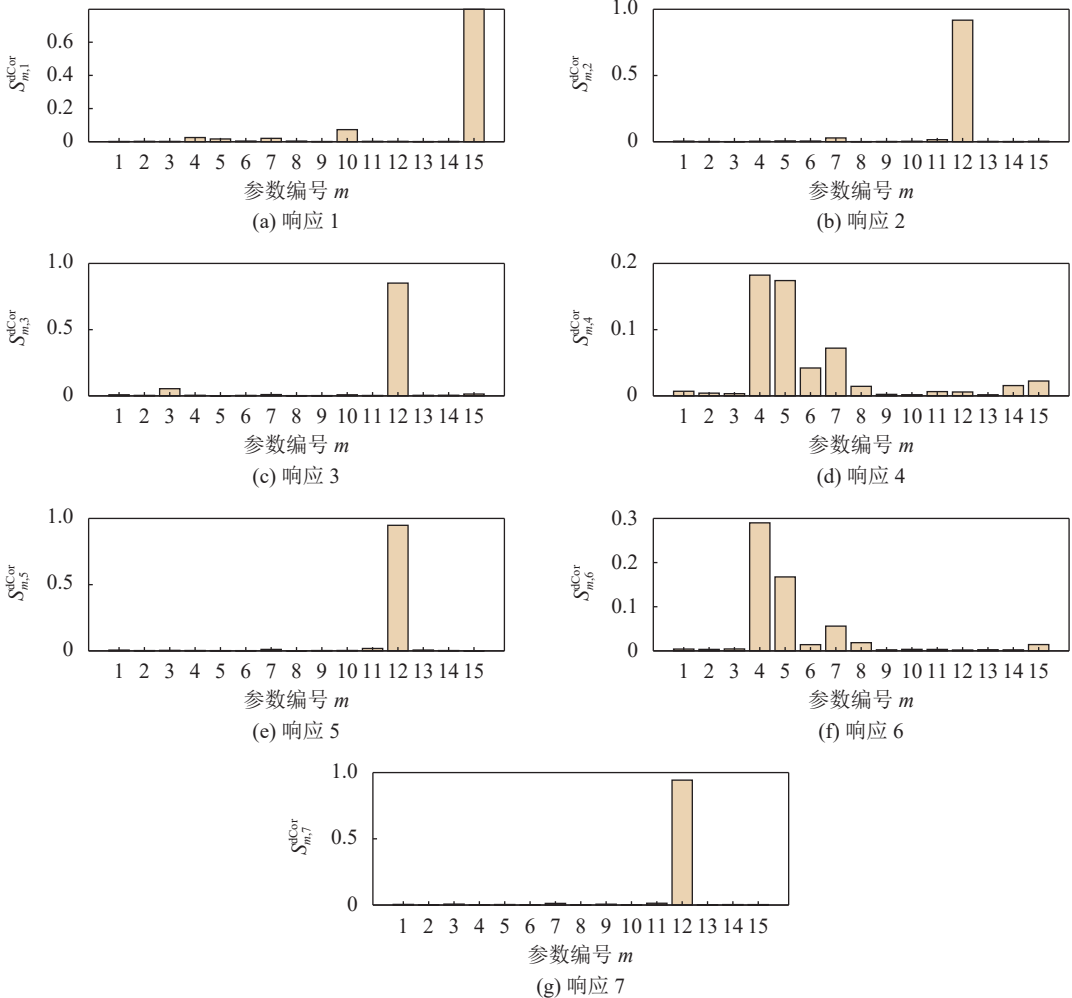


图7 动力学参数对单一响应的全局灵敏度

Fig. 7 Parameter global sensitivity of each dynamic response

由图7可以发现:一系垂向减振器阻尼(参数12)对轮轨垂向力(响应2)、垂向平稳性(响应3)、轮重减载率(响应5)、轮轴横向力(响应7)等4个动力学指标的灵敏度均显著大于其他指标,这也是一系垂向减振器阻尼(参数12)的多输出灵敏度指标最大的原因;空气弹簧横向刚度(参数15)对横向平稳性(响应1)的影响显著大于其余变量,因此,空气弹簧横向刚度(参数15)的多输出灵敏度指标排在第2;抗蛇行减振器卸荷力(参数4)与抗蛇行减振器卸荷速度(参数5)对脱轨系数(响应4)和轮轴横向力(响应6)具有较大影响,因此,这两个参数的多输出灵敏度也较大;6个多输出灵敏度很小的参数,对各个动力学指标的影响均较小。

结合图6和7可以发现,仅仅对其中的某一个或几个动力学指标进行单输出灵敏度分析,可能产生低估某些参数对动力学总体性能影响程度的情况。例如,仅仅对轮轨垂向力(响应2)、垂向平稳性(响应3)、轮重减载率(响应5)、倾覆系数(响应7)等4个动力学指标进行单输出灵敏度分析,可能发生多个原本重要的参数被筛选出去的现象。再如,仅仅对垂向平稳性(响应3)和轮轴横向力(响应6)进行单输出灵敏度分析,会出现矛盾现象,无法估计一系垂向减振器阻尼(参数12)、抗蛇行减振器卸荷力(参数4)与抗蛇行减振器卸荷速度(参数5)的真实敏感性。这些均会对参数的筛选产生不利影响。

为验证dCor灵敏度指标在多输出参数重要度识别中的合理性,将其与文献[13]和[14]提出的基于协方差矩阵分解的多输出灵敏度指标(GSI,记为 $G$ )进行对比。需要指出的是,GSI需要大量的随机样本方能给出稳定的计算结果<sup>[16]</sup>。因此,用于GSI估计的样本量设置为50 000。图8为GSI的1阶灵敏度分析结果。

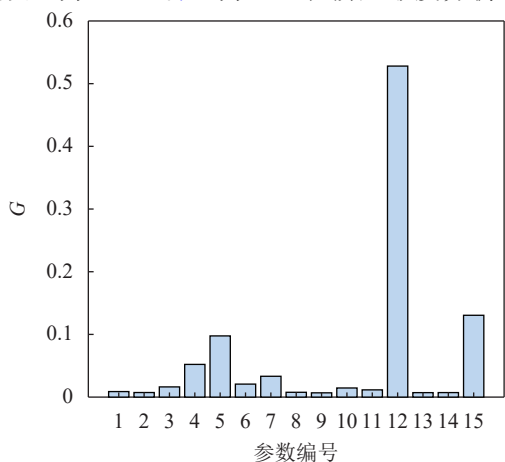


图 8 基于协方差矩阵分解的多输出灵敏度指标

Fig. 8 Multivariate global sensitivity of parameters by GSI method

对比图6与8可知,dCor指标给出了与GSI指标相似的灵敏度分析结果,两者在重要度排序上基本相同。这证明了本文所采用的dCor指标的合理性。同时,参数4和5的灵敏度大小排序稍有不同,这是由两种灵敏度方法的测度内容不同所致。GSI度量了输入变量固定对输出变量协方差变化程度的影响,dCor则度量了输入变量与输出变量之间距离相关系数的大小。

## 5 结 论

为了研究高速列车动力学参数对多个动力学指标的灵敏度,提出了一种基于dCor和多峰优化Kriging模型的灵敏度分析方法。采用Kriging模型建立了15个动力学参数与7个动力学指标的近似关系,并采用演化的多峰优化算法对Kriging模型超参数进行全局寻优,提高了代理模型的精度。而后,引入dCor灵敏度指标,获取了CRH动车组动车的15个动力学参数对7个动力学指标的综合影响程度。通过本文的研究,可以得出如下结论:

1)对动车组动力学参数进行全局灵敏度分析时,仅仅对某一个或几个动力学性能指标进行分析,难以获得所有重要的参数,且容易错误排除对系统影响较小的参数。采用基于dCor指标的多输出灵敏度分析技术,能够一次性识别出所有对系统输出重要的参数。

2)采用EMO-MMO算法优化Kriging模型的似然函数,由于增强了种群的差异性,因此能够获得似然函数更优的解,从而提高Kriging模型的精度和稳定性。

3)动车组的一系垂向减振器阻尼、空气弹簧横向刚度、抗蛇行减振器卸荷力与抗蛇行减振器卸荷速度对动力学性能有较大影响。在进行动力学分析和优化时,应当重点关注。而一系圆弹簧纵向刚度与横向刚度、一系横向定位刚度、二系横向减振器刚度、二系横向止挡刚度、空气弹簧纵向刚度这6个参数对动力学性能的影响较小,在进行动力学性能优化时,可以在一定程度上忽略这些参数的影响。

### 参考文献:

- [1] Saltelli A, Annoni P, Azzini I, et al. Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index[J]. *Computer Physics Communications*, 2010, 181(2): 259-270.
- [2] Sobol I M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2001, 55(1/2/3): 271-280.
- [3] Wei Pengfei, Lu Zhenzhou, Yuan Xiukai. Monte Carlo simulation for moment-independent sensitivity analysis[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2013, 110: 60-67.

- [4] Zhou Changcong, Ji Mengyao, Zhang Yishang, et al. Mechanism reliability and sensitivity analysis of landing gear under multiple failure modes[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2021, 39(1): 46–54. [周长聪, 吉梦瑶, 张屹尚, 等. 多失效模式下起落架机构可靠性及灵敏度研究[J]. *西北工业大学学报*, 2021, 39(1): 46–54.]
- [5] Zhou Changcong, Zhao Haodong, Chang Qi, et al. Reliability and sensitivity analysis of relief valve mechanism of aircraft door considering wear[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2021, 47(4): 690–697. [周长聪, 赵浩东, 常琦, 等. 飞机舱门泄压阀机构磨损可靠性与灵敏度分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2021, 47(4): 690–697.]
- [6] Lü Dagang, Li Gongbo, Song Yan. Analysis of global reliability and sensitivity of structures based on MLS-SVM[J]. *Engineering Mechanics*, 2022, 39(Supp1): 92–100. [吕大刚, 李功博, 宋彦. 基于MLS-SVM的结构整体可靠度与全局灵敏度分析[J]. *工程力学*, 2022, 39(增刊1): 92–100.]
- [7] Chen Bingzhi, Wang Juchang. Global sensitivity analysis of energy-absorbing structure for rail vehicle based on Sobol' method[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2020, 42(3): 63–68. [陈秉智, 汪驹畅. 基于Sobol'法的轨道车辆前端吸能结构灵敏度分析[J]. *铁道学报*, 2020, 42(3): 63–68.]
- [8] Li Shuang, Yu Yanran, Chen Ling, et al. Global sensitivity analysis on the ride quality of railway vehicle with stochastic suspension parameters[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2015, 37(8): 29–35. [李双, 余衍然, 陈玲, 等. 随机悬挂参数下轨道车辆平稳性的全局灵敏度分析[J]. *铁道学报*, 2015, 37(8): 29–35.]
- [9] Xiao Qian, Cheng Yuqi, Luo Jiawen, et al. Sensitivity analysis of high-speed train wheel vibration influenced by vehicle-track coupling[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2021, 21(6): 160–169. [肖乾, 程玉琦, 罗佳文, 等. 车辆/轨道耦合作用下高速列车车轮振动影响灵敏度分析[J]. *交通运输工程学报*, 2021, 21(6): 160–169.]
- [10] Zhou Shengtong, Wang Di, Xiao Qian, et al. Stochastic stationarity analysis of a straddle monorail vehicle using the generalized polynomial chaos method[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(6): 190–200. [周生通, 王迪, 肖乾, 等. 基于广义多项式混沌的跨座式单轨车辆随机平稳性分析[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(6): 190–200.]
- [11] Tian Wanyi, Jiang Chao Ni Bingyu, et al. Global sensitivity analysis and multi-objective optimization design of temperature field of sinter cooler based on energy value[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2018, 143: 759–766.
- [12] Xiao Qian, Luo Jiawen, Zhou Shengtong, et al. Multiobjective optimization design for suspension parameters of rail vehicle bogie considering elastic carbody[J]. *China Railway Science*, 2021, 42(2): 125–133. [肖乾, 罗佳文, 周生通, 等. 考虑弹性车体的轨道车辆转向架悬挂参数多目标优化设计[J]. *中国铁道科学*, 2021, 42(2): 125–133.]
- [13] Wang Wei, Wu Xingwen, Zhou Cheng, et al. Investigation on stability optimization and parameter sensitivity analysis of high-speed train using niche genetic algorithm[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2021, 43(7): 26–33. [王蔚, 吴兴文, 周橙, 等. 基于小生境遗传算法的高速动车组稳定性优化与灵敏度分析[J]. *铁道学报*, 2021, 43(7): 26–33.]
- [14] Lamboni M. Multivariate sensitivity analysis: Minimum variance unbiased estimators of the first-order and total-effect covariance matrices[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2019, 187: 67–92.
- [15] Xiao Sinan, Lu Zhenzhou, Xu Liyang. Multivariate sensitivity analysis based on the direction of eigen space through principal component analysis[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2017, 165: 1–10.
- [16] da Veiga S. Global sensitivity analysis with dependence measures[J]. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 2015, 85(7): 1283–1305.
- [17] Székely G J, Rizzo M L, Bakirov N K. Measuring and testing dependence by correlation of distances[J]. *The Annals of Statistics*, 2007, 35(6): 2769–2794.
- [18] Cheng Kai, Lu Zhenzhou, Zhang Kaichao. Multivariate output global sensitivity analysis using multi-output support vector regression[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, 59(6): 2177–2187.
- [19] Liu Fuchao, Wei Pengfei, Tang Chenghu. Global sensitivity analysis for multivariate outputs based on multiple response Gaussian process model[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2019, 189: 287–298.
- [20] Hu Caie, Zeng Sanyou, Li Changhe, et al. On nonstationary Gaussian process model for solving data-driven optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 53(4): 2440–2453.
- [21] Kaymaz I. Application of kriging method to structural reliability problems[J]. *Structural Safety*, 2005, 27(2): 133–151.
- [22] Chen Zhe, Yang Xufeng, Cheng Xin. Active learning method based on improved kriging model for reliability analysis[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2021, 43(1): 129–136. [陈哲, 杨旭锋, 程鑫. 基于改进Kriging模型的主动学习可靠性分析方法[J]. *机械强度*, 2021, 43(1): 129–136.]
- [23] Yang Fan, Yue Zhufeng, Lu Tianjian. Non-matching meshes data transfer using Kriging model and greedy algorithm[J]. *Advances in Engineering Software*, 2018, 121: 197–205.
- [24] Wang Yuanzhuo, Han Zhiguo, Yang Ziyu, et al. Time-varying reliability analysis of compressor blisk based on particle swash optimization extreme Kriging model[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2021, 39(6): 1240–1248. [王远卓, 韩治国, 杨子煜, 等. 基于粒子群极值Kriging模型的压气机叶盘时变可靠性分析[J]. *西北工业大学学报*, 2021, 39(6): 1240–1248.]
- [25] Xue Xiaofeng, Wang Yuanzhuo, Lu Cheng. Sinking velocity compact-analysis of carrier-based aircraft based on improved kriging model[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2019, 37(2): 218–224. [薛小锋, 王远卓, 路成. 基于改进Kriging模型的舰载机着舰下沉速度影响性分析研究[J]. *西北工业大学学报*, 2019, 37(2): 218–224.]

- [26] Qian Jiachang, Yi Jiaxiang, Cheng Yuansheng, et al. A sequential constraints updating approach for Kriging surrogate model-assisted engineering optimization design problem[J]. *Engineering With Computers*, 2020, 36(3): 993–1009.
- [27] Cheng Chuntian, Wang Wenchuan, Xu Dongmei, et al. Optimizing hydropower reservoir operation using hybrid genetic algorithm and chaos[J]. *Water Resources Management*, 2008, 22(7): 895–909.
- [28] Katoch S, Chauhan S S, Kumar V. A review on genetic algorithm: Past, present, and future[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2021, 80(5): 8091–8126.
- [29] Zhang Qingfu, Liu Wudong, Tsang E, et al. Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with Gaussian process model[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(3): 456–474.
- [30] de Lozzo M, Marrel A. New improvements in the use of dependence measures for sensitivity analysis and screening[J]. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 2016, 86(15): 3038–3058.
- [31] Fu Chongbo, Wang Peng, Zhao Liang, et al. A distance correlation-based Kriging modeling method for high-dimensional problems[J]. *Knowledge Based Systems*, 2020, 206: 106356.
- [32] Echard B, Gayton N, Lemaire M. AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation[J]. *Structural Safety*, 2011, 33(2): 145–154.
- [33] Cheng Ran, Li Miqing, Li Ke, et al. Evolutionary multiobjective optimization-based multimodal optimization: Fitness landscape approximation and peak detection[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(5): 692–706.
- [34] Jain A, Nandakumar K, Ross A. Score normalization in multimodal biometric systems[J]. *Pattern Recognition*, 2005, 38(12): 2270–2285.

## Sensitivity Analysis for Dynamic Parameters of High-Speed Train Based on Multimodal-Optimization Improved Kriging Model and Distance Correlation

JIANG Jie, YANG Xufeng\*, DING Guofu

(School of Mechanical Eng., Southwest Jiaotong Univ., Chengdu 610031, China)

**Abstract:** There are many parameters that affect the dynamic performance of high-speed trains, and there are many evaluation indexes that can be used to assess this performance. Comprehensive consideration of these dynamic indexes while conducting a sensitivity analysis of the parameters is a very significant approach for optimizing high-speed train performance. It is difficult to measure the sensitivity of vehicle dynamics to its parameters comprehensively and accurately using existing single-output sensitivity-analysis techniques. To avoid the limitations of existing methods, this paper introduces a multivariate sensitivity-analysis technique based on distance correlation. By solving the distance-correlation coefficient between a single input and multiple outputs, the proposed method achieves global sensitivity analysis for multiple outputs. To improve the efficiency of this sensitivity analysis, Kriging models between multiple dynamic indexes and input parameters are established. To improve the accuracy of the approximation model, a novel multimodal optimization algorithm is introduced to globally optimize the hyperparameters of these Kriging models. Contrasting with traditional single-objective intelligent optimization algorithms, the algorithm presented here transforms a single-objective optimization problem into a double-objective optimization problem by introducing the population-diversity index. As a result, the diversity of the offspring population is enhanced and the problem of getting stuck in local minima of the optimization space is avoided. Based on the proposed method, the CRH1 electric multiple unit is taken as an example to investigate the parameter sensitivity of multiple dynamic indexes. The results show that the proposed hyperparameter-optimization technique can significantly improve the accuracy and stability of the Kriging models because it enhances the population diversity. In addition, the described sensitivity-analysis method can more reasonably identify those parameters that have large and small impacts on the vehicle's overall dynamic performance.

**Key words:** evolutionary multimodal optimization; Kriging model; multivariate sensitivity analysis; distance correlation

(编辑 吴芝明)

引用格式: Jiang Jie, Yang Xufeng, Ding Guofu. Sensitivity analysis for dynamic parameters of high-speed train based on multimodal-optimization improved kriging model and distance correlation[J]. *Advanced Engineering Sciences*, 2024, 56(4): 250–260. [姜杰, 杨旭锋, 丁国富. 基于多峰优化Kriging模型与距离相关系数的高速列车动力学参数多输出灵敏度分析[J]. *工程科学与技术*, 2024, 56(4): 250–260.]